

УДК 517.9; 519.6; 532.5: 504.453

© Я.В. Ходневич;

Д.В. Стефанишин, д-р техн. наук

Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ МІСЦЕВОГО РОЗМИВУ РУСЛА РІКИ ЗА ДОННОЮ ПЕРЕШКОДОЮ, ЩО ВІДХИЛЯЄТЬСЯ ВІД БЕРЕГА ВНИЗ ЗА ТЕЧІЄЮ

Наведено результати чисельного моделювання модельних характеристик, за якими оцінюється інтенсивність протікання руслових деформацій за русловою донною перешкодою, що відхиляється від берега вниз за течією, внаслідок розвитку місцевої турбулентної течії, направленої від берега.

Ключові слова: донна перешкода, інтенсивність потоку, місцевий розмив, турбулентна течія, чисельне моделювання.

Вступ. Натурні спостереження за місцевими розмивами русел малих та середніх річок показують, що найбільш сильні розмиви їх дна і берегів при паводках спостерігаються в місцях розташування в руслах різного роду руслових перешкод, що відхиляються від берега вниз за течією [1]. В Україні такі руслові деформації особливо інтенсифікуються на ріках Карпатського регіону, в місцях виходу річок на передгірні ділянки [2].

Серед таких руслових перешкод, що формуються природним чином, особливий інтерес представляють гряди наносів та дерева, що падають в русла. Місцеве стиснення русла донною перешкодою при цьому не лише призводить до збільшення середніх швидкостей транзитного потоку в живому перерізі. При паводку, розміщення такої перешкоди під гострим кутом від берега вниз за течією ріки породжує місцеву турбулентну течію, яка провокує переміщення наносів у напрямку від берега й створює умови для інтенсифікації локального розмиву.

Метою роботи є математичне моделювання умов, за яких інтенсифікується місцевий розмив русла ріки за донною перешкодою, що відхиляється від берега вниз за течією, внаслідок розвитку місцевої турбулентної течії, направленої від берега.

Математичне моделювання турбулентної течії за перешкодою. Для досягнення мети досліджень здійснюється чисельне моделювання динаміки турбулентної течії за перешкодою. Задача розв'язується у два етапи [1–3].

1. Розглядається стаціонарна задача обчислення поля швидкостей розвинутої турбулентної течії в локальній тривимірній області. Розв'язується система рівнянь Рейнольдса для квазіламінарного потоку (1), до яких додаються рівняння нерозривності (2):

$$\sum_j \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \bar{X}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \gamma_T \sum_j \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2}, \quad (1)$$

$$\sum_j \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

де $\bar{u}_i$ – компоненти вектора осередненої швидкості, x_i – координати точки, $\bar{X}_i$ – компоненти вектора осередненої масової сили, ρ – щільність рідини, $\bar{p}$ – осереднений гідродинамічний тиск, γ_T – коефіцієнт турбулентної в'язкості, i – номер рівняння, j – номер члена в рівнянні ($i, j = \overline{1,3}$).

Для замикання системи рівнянь (1), (2) приймається найпростіша модель турбулентності, згідно з якою значення коефіцієнта турбулентної в'язкості по області інтегрування $\gamma_D = \text{Const}$ та визначається за формулою І.Л. Розовського:

$$\gamma_T = 0,05 u_0 \sigma, \quad (3)$$

де u_0 – середня початкова швидкість, σ – висота донної перешкоди.

Граничні умови для системи рівнянь (1) записуються у вигляді:

$$u_j \Big|_{\Gamma} = \tilde{u}_j, \quad (4)$$

де $\tilde{u}_j$ – початкове наближення швидкості.

Заміною частинних похідних скінченними різницями здійснюється перехід від системи диференціальних рівнянь до розрідженої системи лінійних алгебраїчних рівнянь виду $A^{\bar{7}} x = b$, де $A^{\bar{7}}$ – розріджена несиметрична квадратна матриця, b – вектор правих частин, $x = \{u_j^i, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,\beta}\}$ – вектор невідомих (β – кількість вузлів розрідженої розрахункової сітки). Ненульові елементи матриці розташовані на семи діагоналях. Всі елементи головної діагоналі $A^{\bar{7}}$ відмінні від нуля. Система рівнянь $A^{\bar{7}} x = b$ розв'язується з використанням прямого методу LU-розкладання. Оскільки визначник розрідженої матриці $A^{\bar{7}}$ є відмінним від нуля, то робиться висновок, що отримані прямим методом наближені чисельні розв'язки системи лінійних алгебраїчних рівнянь будуть стійкими.

2. Значення кінематичних характеристик потоку, що були обчислені на попередньому етапі за неявною схемою, використовуються як початкове наближення для розв'язання більш складної задачі – системи рівнянь Рейнольдса (5), до яких додаються рівняння нерозривності (2) та рівняння k – ϵ моделі турбулентності (6), (7):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \bar{X}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial (\bar{u}_i' \bar{u}_j')}{\partial x_j}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \gamma_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_D \frac{k^{3/2}}{L} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\gamma_T}{\delta_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\gamma_T}{\delta_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \left(C_{1\varepsilon} \frac{p}{\varepsilon} - C_{2\varepsilon} \right) \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (7)$$

де $\overline{u_i}$ – компоненти вектора осередненої швидкості; t – час; x_i – координати точки; $\overline{X_i}$ – компоненти вектора осередненої масової сили; ρ – щільність рідини; $\overline{p}$ – осереднений гідродинамічний тиск; $\overline{u'_i u'_j}$ – момент кореляції пульсацій швидкостей; i – номер рівняння; j – номер члена в рівнянні ($i, j = \overline{1,3}$); k – кінетична енергія турбулентності; ε – швидкість дисипації енергії турбулентності; L – довжина шляху перемішування; модельні константи $C_D = 1$, $C_{1\varepsilon} = 1,44$, $C_{2\varepsilon} = 1,92$, $\delta_k = 1$, $\delta_\varepsilon = 1,3$.

Такий підхід дозволяє вирішити проблему стійкості розв'язків при обчисленні кінематичних характеристик турбулентного водного потоку.

В $k - \varepsilon$ моделі турбулентності [4] значення турбулентних напружень, що входять у ліву частину рівнянь (5), розписуються згідно з градієнтною гіпотезою:

$$\overline{u'_i u'_j} = \gamma_T \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \cdot \delta_{ij}, \quad (8)$$

де $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases}$ – символ Кронекера, який вводиться для того, щоб сума трьох нормальних

турбулентних напружень була рівна подвоєній кінетичній енергії турбулентності $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$;

$\gamma_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ – коефіцієнт турбулентної в'язкості, який виражається через значення k і ε , де

$k = \frac{1}{2} \left(\sum_j \overline{u'^2_j} \right)$; C_μ – експериментальний коефіцієнт ($C_\mu = 0,03...0,09$).

При цьому здійснюється перевірка інтегральної умови нерозривності потоку, згущується розрахункова сітка та виконується сплайнова апроксимація наближених кінематичних характеристик. Для побудови звичайно-різницевого аналога системи рівнянь Рейнольдса у дивергентній формі (5) використовується метод розщеплення. Після кожного часового кроку чисельного розв'язання системи рівнянь за явною схемою Мак-Кормака на згущеній рівномірній сітці обчислюються поля осереднених швидкостей та знаходяться розподіли осереднених значень кінетичної енергії турбулентності k , швидкості її дисипації ε і коефіцієнта турбулентної в'язкості γ_T .

Чисельне моделювання кінематичних характеристик потоку проводиться в локальній тривимірній області $G = \{0 \leq x \leq N, 0 \leq y \leq M, 0 \leq z \leq L\}$, що має форму паралелепіпеда та знаходиться безпосередньо за перешкодою, що відхилена від берега вниз за течією.

Робоча гіпотеза, модельна характеристика та основні припущення. Результати експериментальних досліджень обтікання донних перешкод, які відхиляються від берега вниз за течією (О.Є. Щодро [1, 2]), вказують на залежність інтенсивності руслового потоку за перешкодою від кута її розташування та її відносної висоти (долі від глибини потоку).

В якості модельної характеристики, що відображає інтенсивність потоку, в роботі приймається сила опору дна F_R в області за донною перешкодою. Припускається, що сила опору дна в цілому характеризує перебіг локальних руслових деформацій, а дотичне напруження W_F/F_R (сила опору, яка діє на одиницю дна, де W_F – площа поверхні вальця турбулентного потоку за перешкодою) характеризує інтенсивність місцевого руслового процесу, зокрема, інтенсивність місцевого розмиву, поглиблення дна та винесення часток із зони активного вимивання. При цьому сила опору дна залежить від двох суттєвих факторів – кута розташування донної перешкоди та відносної її висоти.

Вихідні дані та модельні залежності. Математичне моделювання сил опору дна здійснювалось для умов прямолінійного русла без суттєвого відхилення границь із середнім нахилом $i_m = 0,0022$, яке складене гравійно-гальковими ґрунтами. Середній діаметр часток ґрунту d_m та коефіцієнт шорсткості n русла задавались для трьох випадків: 1) $d_m = 0,0485$ м, $n = 0,0379$; 2) $d_m = 0,02$ м, $n = 0,0327$; 3) $d_m = 0,005$ м, $n = 0,02597$.

Прийняті при моделюванні значення гідрологічних та гідравлічних характеристик наведені нижче в табличній формі.

Таблиця – Гідрологічні та гідравлічні характеристики руслового потоку

№	Ймовірність перевищення, %	Витрата води Q , м ³ /с	Ширина русла B , м	Глибина h_m , м	Швидкість U_m , м/с
1	5	1793	145,3	3,98	3,1
2	10	1425	135,3	3,61	2,9
3	20	1057	126,5	3,15	2,65
4	30	832	121,2	2,79	2,45
5	50	538	87,5	2,62	2,34

Значення середньої глибини h_m та середньої швидкості U_m руслового потоку, що наведені в таблиці, обчислювались за формулами:

$$h_m = \left(\frac{Q \cdot n}{B \sqrt{i_m}} \right)^{0,6}, \quad (9)$$

$$U_m = \frac{Q}{B \cdot h_m}. \quad (10)$$

Чисельне моделювання сил опору дна в місці обтікання руслової перешкоди виконувалось для двох модельних випадків: 1) кут α між транзитним потоком і віссю перешкоди приймає значення від 25 до 60 градусів; 2) висота перешкоди Z_b становить 1/3 та 1/2 від глибини потоку. Крім того, в залежності від кута розташування перешкоди та її висоти, задавались відносна середня швидкість та відносна ширина турбулентного потоку в області за перешкодою згідно з рекомендаціями [2, 3].

Згідно з [1, 2] сила опору дна F_R буде:

$$F_R = F_P + F_T, \quad (11)$$

де F_P – перепад тиску, F_T – сила тертя:

$$F_P = W_B \cdot \Delta h \cdot \rho \cdot g, \quad (12)$$

$$F_T = \frac{W_F}{Z_b} \cdot k_T \cdot \rho \cdot (U_m \cdot \cos \alpha - V_m), \quad (13)$$

$$\Delta h = i_T \cdot (L_b - 3Z_b), \quad (14)$$

$$i_T = \frac{U_m^2}{R_b \cdot C^2}, \quad R_b = h_m - Z_b, \quad C = \frac{1}{n} R_b^{1/6}, \quad L_b = B / \sin \alpha, \quad (15)$$

де W_B – площа поперечного перерізу досліджуваного турбулентного потоку за русловою перешкодою; Δh – перепад вільної поверхні води в місці обтікання перешкоди; ρ – густина води; g – прискорення вільного падіння; W_F – площа поверхні досліджуваного турбулентного потоку за перешкодою (площа поверхні вальця); Z_b – висота перешкоди; k_T – коефіцієнт тертя в області за перешкодою; U_m – середня швидкість транзитного руслового потоку; α – кут між транзитним потоком і віссю перешкоди; V_m – середня швидкість потоку в області за перешкодою; i_T – нахил тертя; R_b – гідравлічний радіус для потоку, який рухається над границею його розділу з потоком за донною перешкодою (границя розділу вважається «шорстким дном» для потоку, який проходить зверху); C – коефіцієнт Шезі; n – коефіцієнт шорсткості русла; L_b – довжина перешкоди; B – ширина русла.

Значення коефіцієнта тертя k_T та середньої швидкості потоку в області за перешкодою V_m приймалися за даними лабораторних досліджень обтікання водним потоком донного уступу в дзеркальному лотку в залежності від кута α , відносної висоти уступу ($S_z = Z_b / h_m$), відношення ширини потоку до його середньої глибини h_m [1, 2].

Моделювання сили опору дна F_R та дотичних напружень W_F / F_R здійснювалося для різних значень кута розташування перешкоди щодо транзитного потоку α , співвідношення висоти перешкоди і глибини потоку $S_z = Z_b / h_m$ та відношення U_m / W_K середньої швидкості потоку U_m та гідравлічної крупності наносів W_K , де:

$$W_K = \sqrt{\frac{2g(\rho_s - \rho) \cdot d_m}{1,75\rho}}, \quad (16)$$

де ρ_s – щільність ґрунту; d_m – середній діаметр часток ґрунту дна русла.

Результати моделювання та висновки. Результати чисельного моделювання модельних характеристик F_R і W_F / F_R , за якими оцінюється інтенсивність протікання руслових деформацій за русловою донною перешкодою при прийнятих висхідних даних та умовах моделювання, наведено нижче на рис. 1–5.

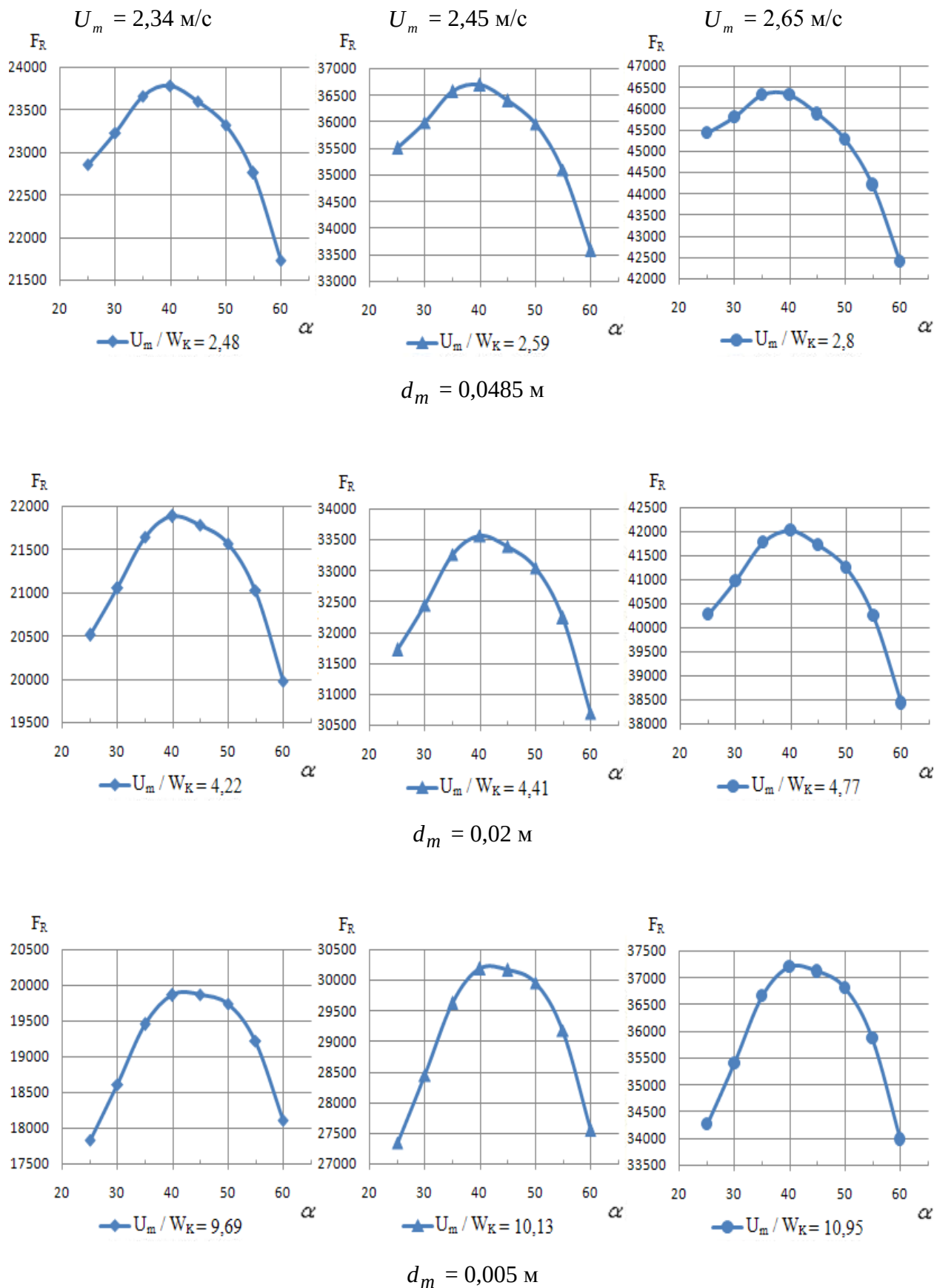


Рис. 1 – Результати чисельного моделювання сил опору дна F_R при $S_z = 0,33$ (серія 1)

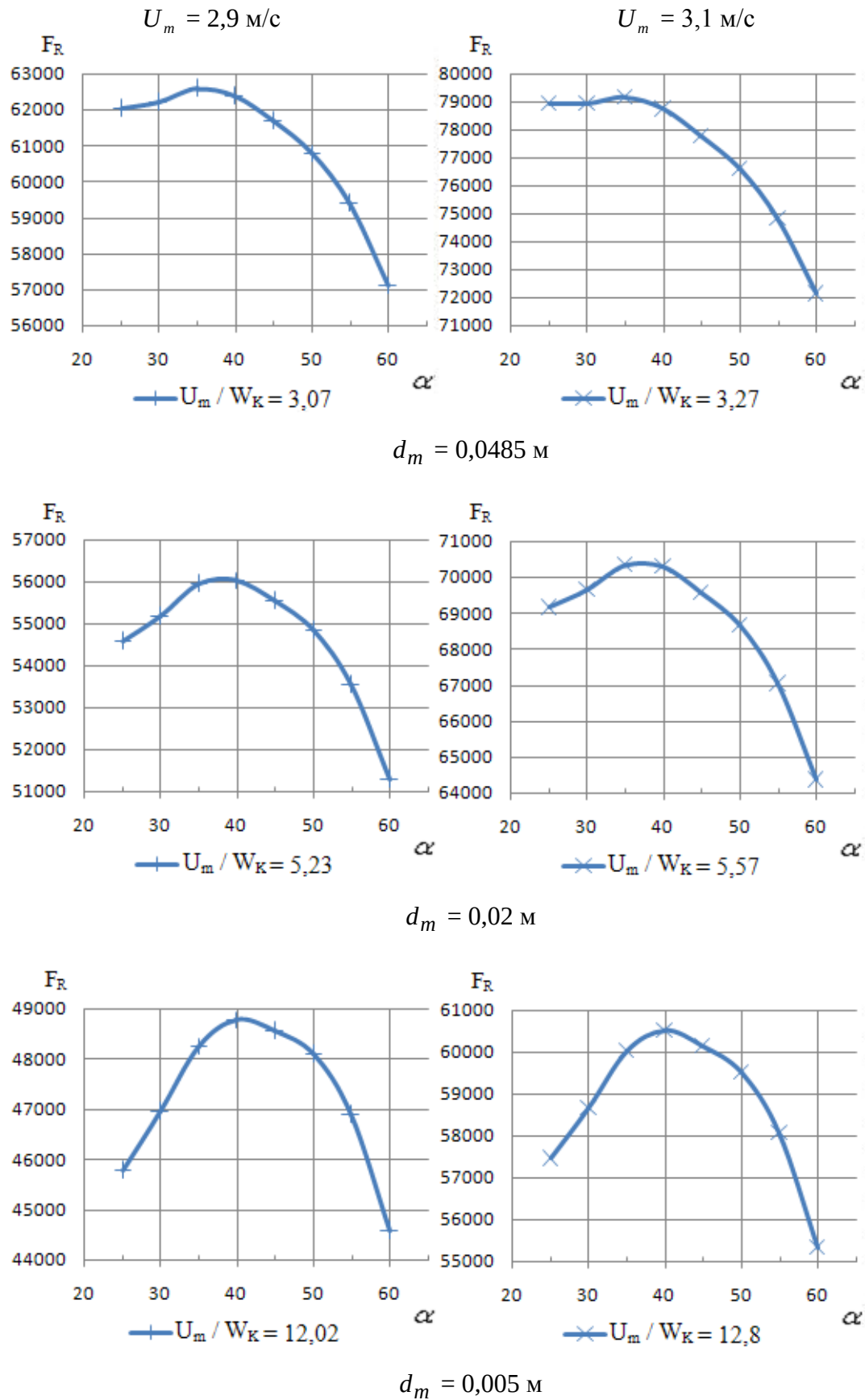


Рис. 2 – Результати чисельного моделювання сил опору дна F_R при $S_z = 0,33$ (серія 2)

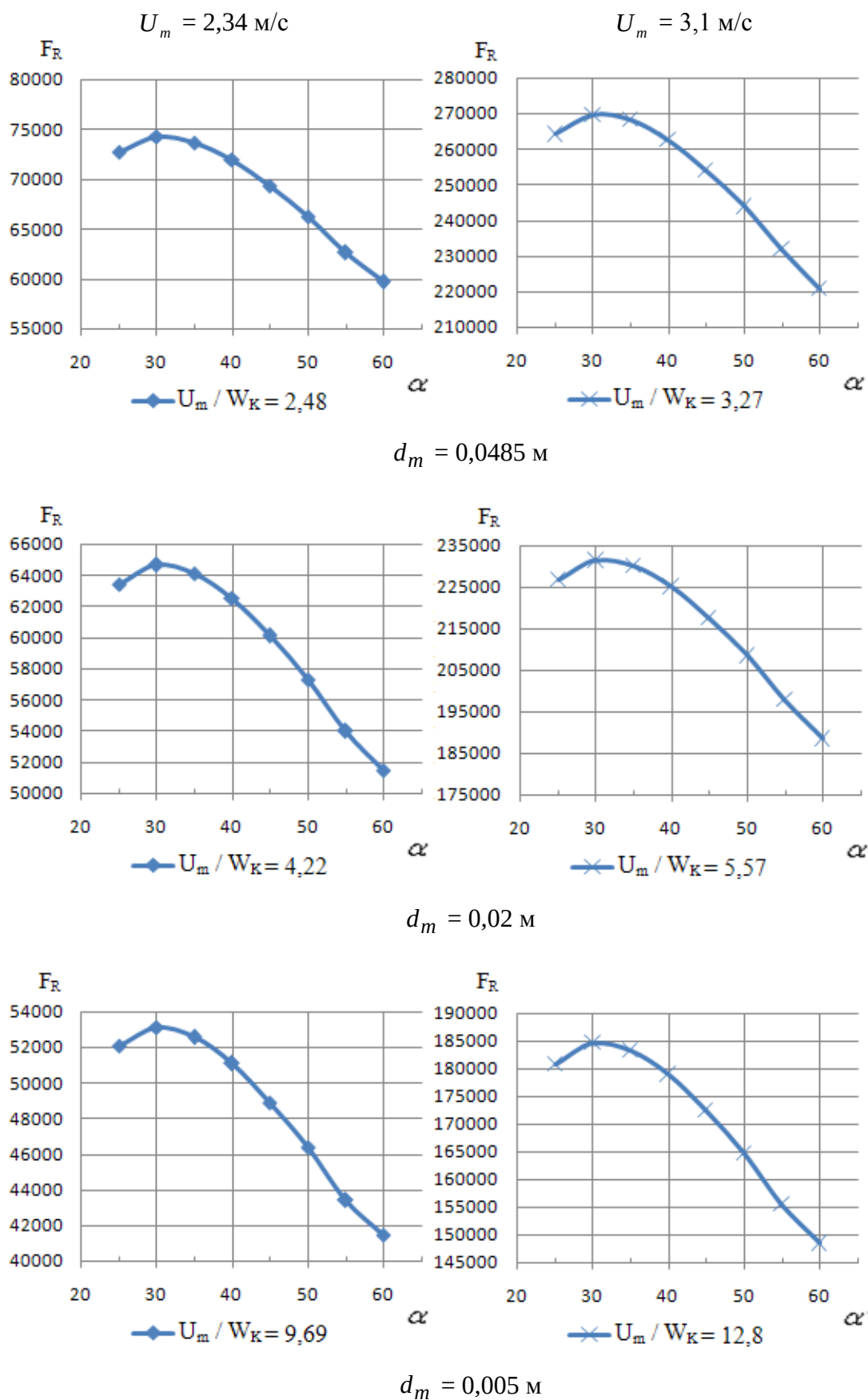
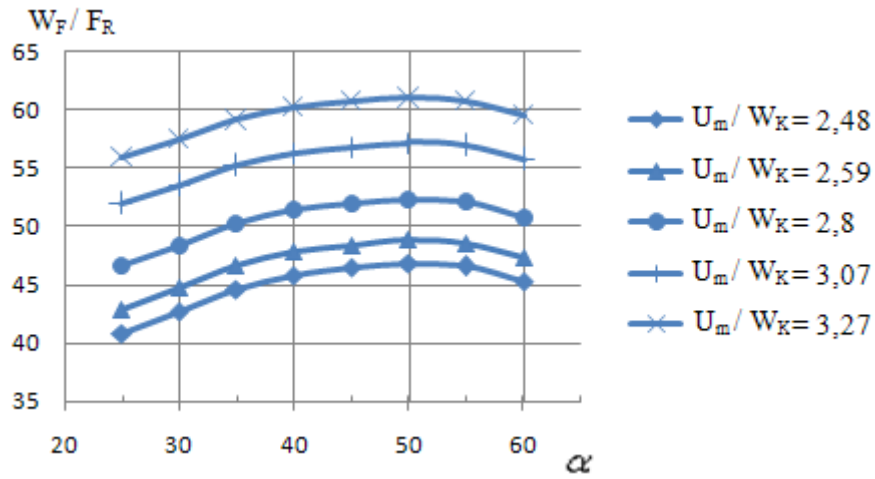
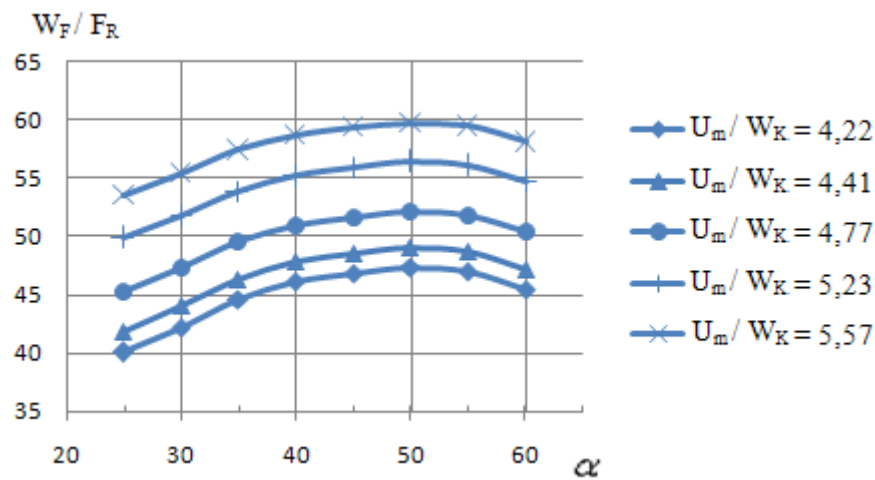


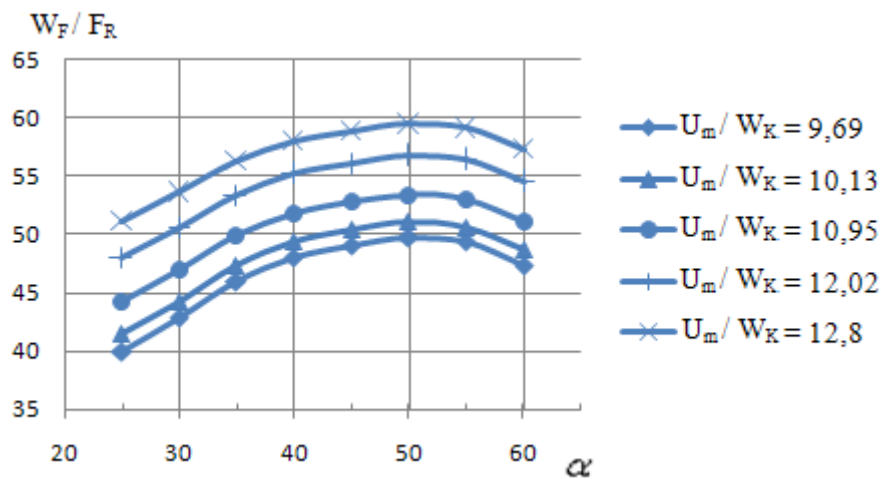
Рис. 3 – Результати чисельного моделювання сил опору дна F_R при $S_z = 0,5$



$d_m = 0,0485$ м



$d_m = 0,02$ м



$d_m = 0,005$ м

Рис. 4 – Результати чисельного моделювання дотичних напружень W_F / F_R при $S_z = 0,33$

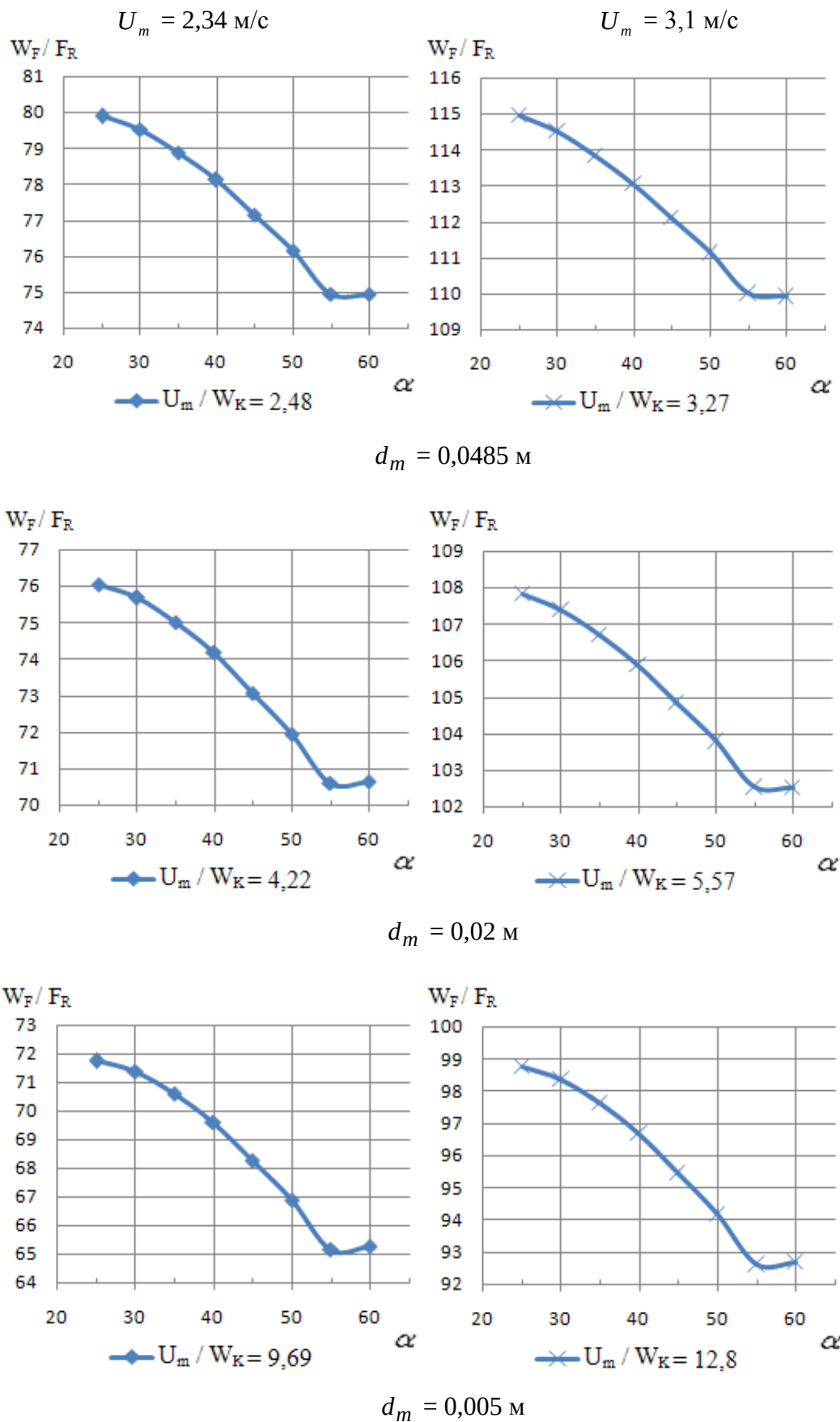


Рис. 5 – Результати чисельного моделювання дотичних напружень W_F / F_R при $S_z = 0,5$

Отримані результати комп'ютерного моделювання в цілому відповідають натурним та експериментальним даним щодо умов, за яких інтенсифікується місцевий розмив русла ріки за донними перешкодами, що відхиляються від берега вниз за течією, внаслідок розвитку місцевої турбулентної течії, направленої від берега.

Показано, що дотичні напруження W_F/F_R та загальна сила опору дна F_R можуть використовуватися в якості репрезентативних модельних характеристик для оцінки інтенсивності протікання руслових деформацій за природними донними перешкодами, характеризувати як загальну швидкість протікання руслових деформацій за перешкодою, так і інтенсивність місцевого розмиву і поглиблення дна за перешкодою, в залежності лише від двох суттєвих факторів – кута розташування перешкоди щодо транзитного потоку та співвідношення висоти перешкоди і глибини потоку $S_z = Z_b/h_m$.

Встановлено, що значення відносної висоти $S_z = Z_b/h_m$ перешкоди, при якому очікується найінтенсивніший розмив на прямолінійних ділянках русла, складає приблизно 0,33. При цьому кут між віссю перешкоди і напрямком потоку, який характеризує найінтенсивніший розмив, може змінюватися від 30 до 40 градусів. Зокрема, при висоті перешкоди, яка складає 1/3 глибини потоку, найбільш потужні деформації русла можуть відбуватися при розташуванні перешкоди до транзитного потоку під кутом 35–40 градусів.

Список використаної літератури

1. Schodro A.E. River bed deformations near banks and hydraulic structures due to river flow / A.E. Schodro // Proc. of the Fourth Int. Conf. on River Basin Management. WIT-Press. – Southampton, Boston. – 2007. – P. 381–387.
2. Shchodro A.E. Local Scour Investigation on Steep River Bends in Ukrainian Carpathian / A.E. Shchodro // Proc. of the Tenth Int. Symposium on River Sedimentation. August 1–4. – Moscow, Russia. – V. 3. – 2007. – P. 275–284.
3. Стефанишин Д.В. Про один підхід до прогнозування місцевих розмивів русел та берегів на передгірних ділянках рік з використанням можливостей математичного моделювання / Д.В. Стефанишин, Я.В. Ходневич, О.Є. Щодро // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. – Вип. 7. Київ: КНУБА, ІТГП НАНУ. – 2011. – С. 64–72.
4. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD / D.C. Wilcox // DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1994. – 456 p.

Стаття надійшла до редакції 24.07.2014 українською мовою

© Я.В. Ходневич, Д.В. Стефанишин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ ИНТЕНСИФИКАЦИИ МЕСТНОГО РАЗМЫВА РУСЛА РЕКИ ЗА ДОННЫМ ПРЕПЯТСТВИЕМ, ОТКЛОНЕННЫМ ОТ БЕРЕГА ВНИЗ ПО ТЕЧЕНИЮ

Приводятся результаты численного моделирования модельных характеристик, по которым оценивается интенсивность протекания русловых деформаций за русловым донным

препятствием, отклоненным от берега вниз по течению, вследствие развития местного турбулентного течения, направленного от берега.

© Ya.V. Khodnevich, D.V. Stefanyshyn

**NUMERICAL MODELING THE CONDITIONS OF INTENSIFICATION
OF THE RIVERBED LOCAL EROSION BEHIND OF OBSTACLE THAT DEVIATES
FROM THE SHORE DOWNSTREAM**

The results of numerical modeling the conditions of intensification of local erosion of the river bed behind of a natural barrier that deviates from the shore downstream, due to the development of the local turbulent flow directed from the shore are given.