

## ОТРАЖЕНИЕ КОНИК В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗЕРКАЛАХ

*Национальная академия природоохранного и курортного строительства,  
Украина*

*В работе представлены геометрические и аналитические зависимости отражения кривых второго порядка в круглом и эллиптическом цилиндре. Представлены компьютерные модели полученных результатов. Рассмотрено влияние кривизны поверхности на ее отражающие свойства.*

**Анализ основных исследований и публикаций.** Геометрия отражений в цилиндрических зеркалах рассматривалась во многих работах. В [5-8] с помощью кривых зеркал исследовалось такое понятие как анаморфизм. В работе [4] представлено два способа построения отражения в круглом цилиндре: способ инверсии и свойство отраженных лучей образовывать фокальную поверхность. Существующие способы достаточно громоздки и требуют много вспомогательных построений. В работе [3] приведен пример отражения прямых линий и контуров.

Продолжение исследований в этой области достаточно актуально, так как кривые зеркала находят все большее применение в таких сферах как архитектура, дизайн. Широкое распространение цилиндрические зеркала получили в фасадах зданий. Зеркальные стеклянные фасады – визитная карточка современной архитектуры. На рис.1 и рис.2 представлен круглый цилиндрический и эллиптический зеркальные фасады. Каковы особенности отражений в них? Как отражаются в них кривые линии?



Рис.1. Круглый цилиндрический фасад



Рис.2. Фасад в форме эллиптического цилиндра

**Основная часть.** Поставим задачу – получить изображение окружности в круглом цилиндрическом зеркале. При моделировании используем свойство биссектрисы, являющейся нормалью в точке

отражения. Это свойство описано в работе [3] и представляет собой соотношение  $\frac{SK}{AK} = \frac{SL}{AL}$ , где  $A(x_A, y_A, z_A)$  -отражающаяся точка,  $S(x_S, y_S, z_S)$  - точка зрения,  $K(x_K, y_K, z_K)$  - искомая точка в зеркале, точка  $L(x_L, y_L, z_L)$  лежит на биссектрисе и образуется пересечением прямой SA и нормали к цилиндру в точке  $K(x_K, y_K, z_K)$ .

Зададим круглое цилиндрическое зеркало радиуса  $R=15$ :  
 $x^2 + y^2 = R^2$ .

Уравнение отражающейся окружности радиуса  $r=10$  имеет вид  $(x_A - 30)^2 + y_A^2 = r^2$ . Для  $S(60, 0, 20)$  решаем систему уравнений в Maple:

```
>S:=evalf(solve({((xk-xs)^2+(yk-ys)^2+(zk-zs)^2)/((xk-xa)^2+(yk-ya)^2+(zk-za)^2)=((xl-xs)^2+(yl-ys)^2+(zl-zs)^2)/((xl-xa)^2+(yl-ya)^2+(zl-za)^2), xk=sqrt(R^2-yk^2), (xl-xk)/(2*xk)=zl-zk, (xl-xk)/(2*xk)=(yl-yk)/(2*yk), yl=(xl-xa)*(ys-ya)/(xs-xa)+ya,zl=(xl-xa)*(zs-za)/(xs-xa)+za}, [xk,yk,zk,xl,yl,zl]));
```

Затем из всех решений системы выбираем такие  $K(x_K, y_K, z_K)$ , которые лежат на выпуклой части зеркала.

Полученное изображение имеет вид, представленный на рис.3-4: Можно заметить, что размеры окружности существенно уменьшились. Для точки зрения  $S(60, -40, 20)$  форма отраженной окружности крупный план смещения относительно оси зеркала показаны на рис.5-6.

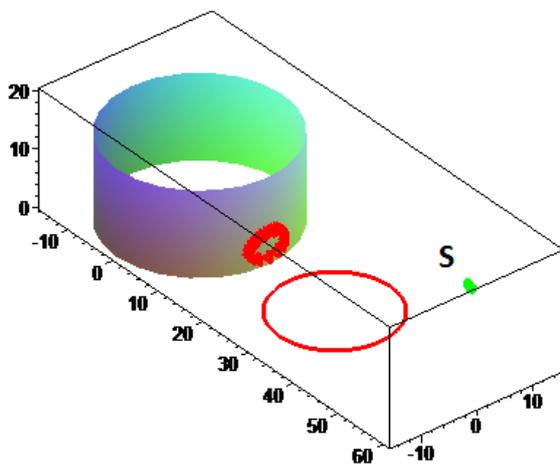


Рис.3. Модель отражения окружности в зеркале для  $S(60, 0, 20)$

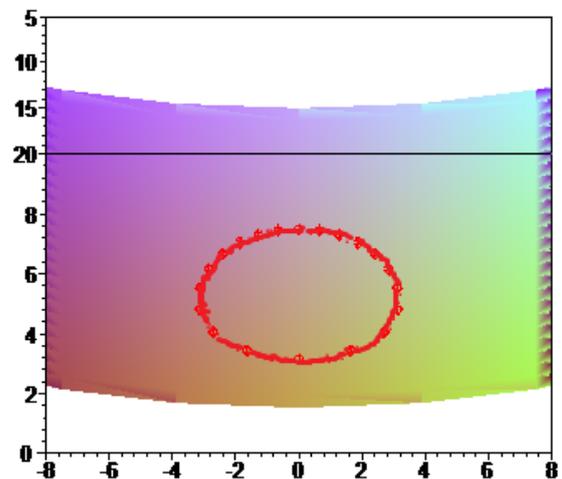


Рис.4. Крупный план изображения в зеркале цилиндра для  $S(60, 0, 20)$

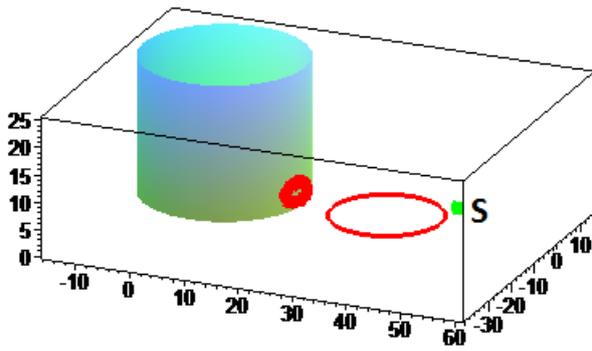


Рис.5. Модель отражения окружности в зеркале для  $S(60,-40,20)$

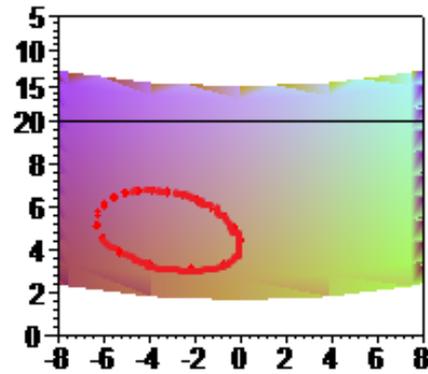


Рис.6. Крупный план изображения в зеркале цилиндра для  $S(60, -40,20)$

Рассмотрим отражение той же окружности  $(x_A - 30)^2 + y_A^2 = 100$  в эллиптическом цилиндре  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , где  $a=15$ ,  $b=25$ . Точка зрения имеет координаты  $S(70,0,20)$ . Изображение в зеркале увеличилось, получилось растянутым и сильно искаженным. Так получилось потому, что кривизна для эллиптического цилиндра в вершине малой оси эллипса в 3 раза меньше, чем у круглого цилиндра. Это свойство эллиптического цилиндра можно использовать, когда здание нужно сделать незаметным, как бы спрятанным. Например, на рис.2 зеркальные фасады эллиптического цилиндра делают его практически невидимым среди окружающей зелени.

Попробуем получить в эллиптическом цилиндре изображение эллипса  $\frac{(x-40)^2}{20^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ . Получилась кривая в виде “чайки” (рис.8).

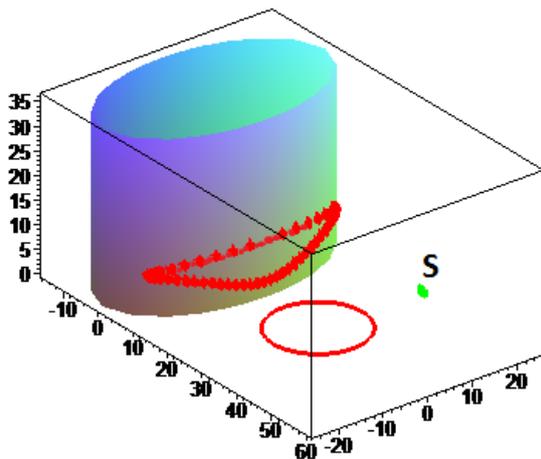


Рис.7. Отражение окружности в эллиптическом цилиндре

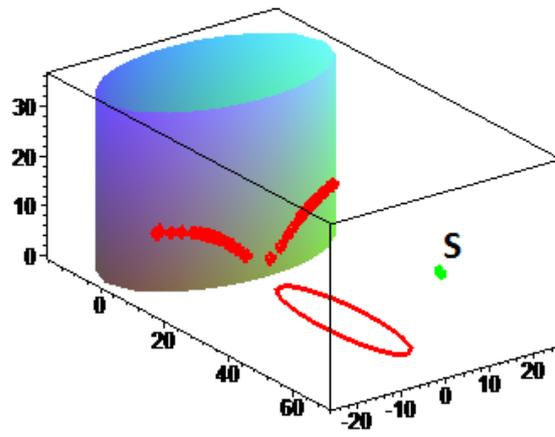


Рис.8. Отражение эллипса в эллиптическом цилиндре

**Выводы.** Отражение в кривых зеркалах, в частности в цилиндрических круговых зеркалах и эллиптических зеркалах могут быть

использованы для построения анаморфоза (уродливых изображений, которые при отражении имеют правильный вид).

Большой интерес представляет обратная задача, когда в кривом зеркале надо получить четкое изображение. Это материал дальнейших исследований.

Результаты исследований можно использовать в архитектуре при создании криволинейных зеркальных фасадов зданий, для получения интересных изображений в существующих фасадах, для создания новых форм.

### **Литература**

1. Кривошапко С. Н., Иванов В. Н., Халаби С. М. Аналитические поверхности. – Москва: Наука, 2006. – 536 с.
2. Денисова Т. В. Отражение плоских объектов в конических зеркалах // Строительство и техногенная безопасность. Сб. науч. трудов. — Симферополь : НАПКС, 2012. — Вып. 41. — С. 74—78.
3. Денисова Т. В. Отражение плоских объектов в криволинейных зеркалах // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — Київ : КНУБА, 2012. — Вип. 90. — С. 97—101.
4. Вялков В.И. Отражения в цилиндрических зеркалах // Начертательная геометрия и ее приложения. — М-Л : Транспорт, 1969. — Вип. 240.
5. ANAMORPHIC ART at the London Knowledge Lab and the National Gallery, December 12 & 13 2008
6. Self-anamorphic images A.P. Crompton<sup>1</sup> & F.E. Brown
7. Рэй Смит Настольная книга художника. – Москва: Астрель, 2004
8. <http://log-in.ru/articles/anamorfoznoe-iskusstvo/>

### **ВІДБИТТЯ КОНІК В ЦИЛІНДРИЧНИХ ДЗЕРКАЛАХ**

*Т.В. Денисова*

У роботі представлені геометричні та аналітичні залежності відбиття кривих другого порядку в круглому і еліптичному циліндрі. Представлені комп'ютерні моделі отриманих результатів. Розглянуто вплив кривини поверхні на її відбивальні властивості.

### **REFLECTION OF CONICS IN CYLINDRICAL MIRRORS**

*T. Denysova*

The paper presents the geometric and analytic dependence of the reflection curves of the second order in a circular and elliptic cylinder. Computer models of the obtained results are presented. The effect of the surface curvature on its reflective properties is considered.