

УДК 539.3

М.О. Соловей, д.-р. техн. наук
О.П. Кривенко, канд. техн. наук
О.Б. Калашніков
О.А. Тамілко, студ.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЛІНІЙНО-ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Порівнюються результати розрахунків, що виконані за моментною схемою скінченних елементів та зі застосуванням комплексу ЛІРА при розв'язанні геометрично нелінійних задач стійкості осесиметричних сферичних панелей лінійно-змінної товщини.

Задачам стійкості гладких пологих панелей, які є класичними в геометрично нелінійній теорії оболонок, присвячена численна література [1-9 та інші]. На цьому типі оболонок, здебільшого сталої товщини, досліджуються методи й алгоритми розв'язання нелінійних задач стійкості.

Підвищення загальної жорсткості гладкої пологої оболонки (і відповідно її несучої спроможності) виконується за рахунок більш раціонального розподілу матеріалу в об'ємі конструкції, що звичайно досягається заміною сталої товщини оболонки на змінну. Вплив на стійкість гнучких пологих панелей змінності товщини мало вивчений [1, 4, 5], що пояснюється складністю розв'язування подібних нелінійних задач.

Робота присвячена порівнянню результатів розв'язків геометрично нелінійних задач стійкості пологих осесиметричних панелей лінійно-змінної товщини, що отримані за моментною схемою скінченних елементів (МССЕ) [10-13] та зі застосуванням програмного комплексу (ПК) ЛІРА [14]. Методика [10-12] базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності, положеннях МССЕ та застосуванні для тонких оболонок універсального просторового скінченного елемента (СЕ) лінійно-змінної товщини [13]. При розрахунку за ПК ЛІРА, як і в [19], скінченноелементна модель оболонки (СЕМО) моделювалася двома типами нелінійних оболонкових СЕ сталої товщини: трикутним № 344 та чотирикутним № 342. У полюсі панелі застосовувався трикутний, а на інших ділянках – чотирикутний елементи. Співвідношення для СЕ оболонки отримані на основі теорії пологих оболонок. Таким чином, досліджувані панелі лінійно-змінної товщини при розрахунках за МССЕ апроксимувалися точною СЕМО лінійно-

змінної товщини, а при розрахунках за ПК ЛПА – наближеною СЕМО ступінчасто-змінної товщини.

Для забезпечення можливості реалізації як осесиметричних, так і неосесиметричних форм деформування, СЕМО вибрана у вигляді чверті сферичної панелі з рівномірним розподілом СЕ вздовж радіусу та за колом. Для зменшення розбіжності розв'язків через наближену апроксимацію в ПК ЛПА геометрії СЕМО за розрахункову була прийнята сітка великого розміру 20x20 СЕ.

Нелінійний розв'язок за МССЕ знаходиться комбінованим алгоритмом, який поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютона-Канторовича на кожному кроці навантаження [15]. В ПК ЛПА застосовується кроковий нелінійний процесор, який забезпечує розв'язок лінеаризованої системи рівнянь нелінійної задачі на кожному кроці проросту вектора вузлових навантажень із врахуванням зміни геометрії конструкції при її деформуванні.

У роботах [16-19] досліджувались нелінійне деформування та стійкість пологих сферичних панелей лінійно-змінної товщини, що жорстко затиснуті вздовж контуру та навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q (рис. 1, а). Приймалися наступні дані: вихідна (“базова”) товщина $h^* = 0.01$ м, стріла підйому $H = 5h^*$, радіус серединної поверхні $R = 1002.5h^*$, радіус опорного контуру $a = 100h^*$, модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$.

Закон лінійного розподілу товщини вздовж меридіана панелі був представлений у загальному вигляді через два визначальні параметри – товщини панелі в центрі $h_{\bar{r}=0}$ та на контурі $h_{\bar{r}=1}$

$$h(\bar{r}) = h_{\bar{r}=0} + (h_{\bar{r}=1} - h_{\bar{r}=0})\bar{r}, \quad (1)$$

де $\bar{r} = r/a$, r – радіальна координата точки панелі у плані.

Розглядалися два способи лінійної зміни товщини оболонки.

У першому способі товщина панелі в центрі $h_{\bar{r}=0}$ була зафіксована, а товщина на контурі $h_{\bar{r}=1}$ змінювалася (рис. 1, б). Ввівши безрозмірний параметр $b_o = h_{\bar{r}=1}/h_{\bar{r}=0}$, що чисельно характеризує ступінь лінійної змінності товщини від центра до контуру, функцію (1) було представлено у вигляді

$$h(\bar{r}) = h^* [1 + (b_o - 1)\bar{r}], \quad (2)$$

де за “базову” товщину панелі була прийнята товщина в її центрі ($h^* = h_{\bar{r}=0}$).

У другому способі була зафіксована товщина на контурі панелі $h_{\bar{r}=1}$, а товщина у центрі $h_{\bar{r}=0}$ змінювалася (рис. 1, в). Ввівши безрозмірний параметр $b_a = h_{\bar{r}=0}/h_{\bar{r}=1}$, що чисельно характеризує ступінь лінійної змінності товщини від контуру до центра, функцію (1) було представлено у вигляді

$$h(\bar{r}) = h^* [1 + (b_a - 1)(1 - \bar{r})], \quad (3)$$

де за “базову” товщину панелі була прийнята її товщина на контурі ($h^* = h_{\bar{r}=1}$). На всіх рисунках

кожному типу змінної товщини відповідає свій значок.

Перший спосіб лінійної зміни товщини (2) був розглянутий у роботах [16, 17], де досліджені збіжність і точність розв’язків, які були порівняні з наявним розв’язком Б.Я.Кантора [5]. У роботі [19] ці розв’язки зіставлені з результатами розрахунків за ПК ЛПА. У всіх розглянутих задачах отримано повний їх збіг у докритичній області та незначне розходження в точках розгалуження та верхній критичний.

У даній роботі виконані порівняння розв’язків для другого способу розподілу товщини (3), який згідно досліджень [18] є більш раціональним у задачах стійкості пологих сферичних панелей лінійно-змінної товщини. Результати розрахунків, які наведені в таблиці 1 та на рис. 2 і рис. 3, подані в використанні безрозмірних

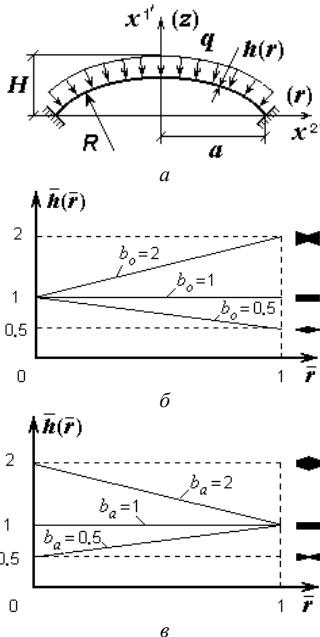


Рис. 1. Сферична панель лінійно-змінної товщини

параметрів $\bar{q} = q/E(a/h^*)^4$ та $\bar{u}^1 = u^1/h^*$, де u^1 – прогин центра панелі в декартовій системі координат $x^{i'}$.

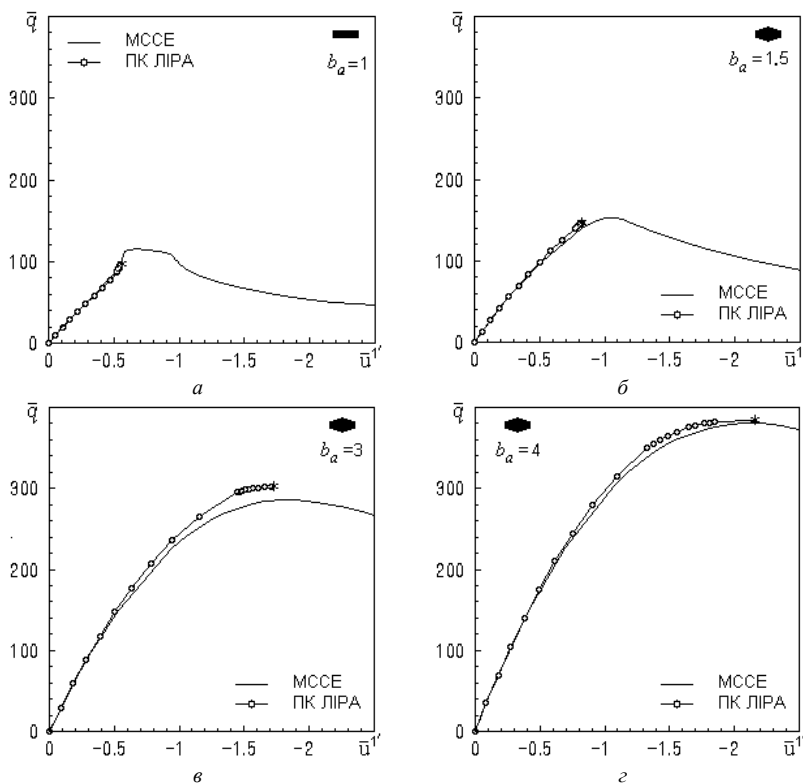


Рис. 2. Порівняння діаграм “навантаження-прогин центра панелі”

На всіх діаграмах “навантаження-прогин” спостерігається повний збіг розв’язків у докритичній області (рис. 2). Існуюче обмеження результатів ПК ЛІРА у точках розгалуження $\bar{q}^*$ та верхній критичній $\bar{q}_{кр}^6$ (табл. 1) можна пояснити наступним. Відомо [6], що в задачах стійкості оболонок у критичних точках і в точках розгалуження нелінійних розв’язків відбувається вироджуваність матриці системи розв’язувальних рівнянь. В нелінійному процесорі ПК ЛІРА на кроці навантаження відслідковується поява від’ємних значень діагональних коефіцієнтів матриці лінеаризованої системи розв’язувальних рівнянь, тобто вироджуваність цієї матриці. На відміну від методики [10-13] аналіз типу особливих точок не виконується. Тому точка, де вироджується матриця, яка позначена на діаграмах зірочкою “*”, приймається за критичну. Саме по ній в ПК ЛІРА визначається величина

критичного навантаження. Подальший розрахунок припиняється і тому дослідження закритичного стану конструкції при застосуванні нелінійного процесора ПК ЛПА не виконується.

Таблиця 1

Порівняння розв'язків МССЕ і ПК ЛПА в особливих точках							
$b_a=1$		$b_a=1.5$		$b_a=3$		$b_a=4$	
$\bar{q}^*$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{q}^*$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{q}^*$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{q}^*$	$\bar{q}_{кр}^e$
МССЕ							
94.4	115.3	151.2	153.0	—	286.3	—	380.3
ПК ЛПА							
94.9	—	146.9	—	—	302.7	—	384.0
$\Delta, \%$							
0.5	—	-2.8	—	—	5.7	—	1.0

Аналіз по розв'язкам МССЕ особливих точок показав (табл. 1) наявність точок розгалуження тільки для панелей з $b_a=1$ ($\bar{q}^*=94.4$) та $b_a=1.5$ ($\bar{q}^*=151.2$). У цих точках розбіжність величин навантажень з відповідними величинами в розв'язках ПК ЛПА, які трактуються як критичні, становить відповідно 0.5% і 2.8%. Для панелей з $b_a=3$ і $b_a=4$ маємо гарний збіг величини верхнього критичного навантаження: розбіжність цих величин складає відповідно 5.7% і 1.0%.

Порівняння форм деформування (рис. 3), які виявились, як і в [19], осесиметричними, показало їх гарний збіг. Для панелей лінійно-змінної товщини ($b_a=1.5, 3, 4$) найбільше деформування відбувається у полюсі оболонки. Найбільше деформування панелі сталої товщини ($b_a=1$) відбувається посередині меридіану з утворенням кільцевої вм'ятини. Для панелей з параметрами $b_a=1$ і $b_a=1.5$ на рис 3, а, б продемонстрована відмінність форм деформування, що отримані за МССЕ, в точці розгалуження ($\bar{q}^*$) та у верхній критичній ($\bar{q}_{кр}^e$). Для панелі сталої товщини вона виявилась суттєвою: збільшення величини навантаження з $\bar{q}^*$ до $\bar{q}_{кр}^e$ (на 18.1%) привело до зміни форми деформування панелі.

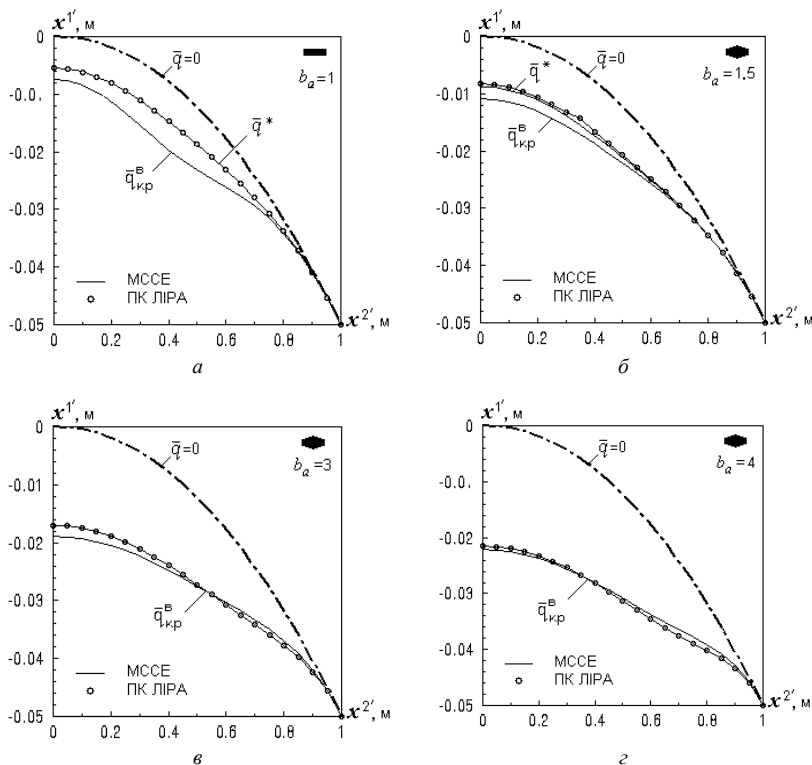


Рис. 3. Порівняння форм деформування

Гарний збіг отриманих за МССЕ та ПК ЛПА результатів розрахунків нелінійного деформування та втрати стійкості пологих оболонок обертання сталої та різної лінійно-змінної товщини підтвердив можливість застосування ПК ЛПА для дослідження нелінійної задачі стійкості розглянутого класу оболонок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Валицкии Н.В.* Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. - М.: Машиностроение, 1976. - 278 с.
2. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, 1967. - 984 с.
3. *Григолюк Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. - М.: Наука, 1978. - 360 с.
4. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А.* Устойчивость нелинейных механических систем. - Львов: Вища школа, 1982. - 255 с.

5. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. - К.: Наукова думка, 1974. - 136 с.
6. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А.С.Сахаров, В.Н.Кислюкий, В.В.Киричевский и др. - К.: Вища шк. Голов. изд-во, 1982. - 480 с.
7. Срубицкий Л.С. Выпучивание и послекритическое поведение оболочек. - Ростов-на-Дону: Изд-во Ростов. ун-та, 1981. - 96 с.
8. Феодосьев В.И. Об устойчивости сферической оболочки, находящейся под действием внешнего равномерно распределенного давления // Прикл. мат. и мех., 1954. - Т. 18, N 1. - С. 35-42.
9. Шилькрут Д.И., Вырлан П.М. Устойчивость нелинейных оболочек. - Кишинев: Штиинца, 1977. 104 с.
10. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Нелінійні рівняння деформування тонких багатоплощових поребричних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. - К.: КДТУБА. - 1998. - Вип. 64. - С. 116-127.
11. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 22-25.
12. Баженов В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н. Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях // Проблемы прочности, 1999. - N 5. - С. 96-102.
13. Соловей М.О. Модифікований просторовий скінченний елемент для моделювання тонких неоднорідних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2006. - Вип. 80. - С. 96-113.
14. ЛИРА 9.2. Руководство пользователя. Основы. Учебное пособие./ Е.Б.Стрелец-Стрелецкий, Ю.В.Гензерский, М.В.Лазнюк, Д.В.Марченко, В.П.Титок. - К.: «Факт», 2005. - 146 с.
15. Соловей Н.А. Реализация алгоритма решения систем нелинейных уравнений в задачах устойчивости оболочек в вычислительном комплексе ПРОЧНОСТЬ-75 // Вычислительная и прикладная математика. 1987. - Вып.62. - С. 39-51.
16. Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П. Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // Авиационно-космическая техника и технология. - 2004. - N 2 (10). - С. 18-25.
17. Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П. Вплив змінної товщини на стійкість пологих панелей при дії рівномірного тиску // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Збірн. наук. праць. - Вип. 4(27).- Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2003. - С. 15-20.
18. Соловей М.О., Кривенко О.П. Аналіз стійкості гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2003. - Вип. 72. - С. 83-96.
19. Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б. Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості тонких пружних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2009. - Вип. 83. - С. 40-50.

Отримано 30.07.09

Н.А. Соловей, О.П. Кривенко, А.Б. Калашников, Е.А. Тамилко

Сравнительный анализ устойчивости осесимметричных оболочек линейно-переменной толщины

Сравниваются результаты расчетов, которые выполнены по моментной схеме конечных элементов и с применением комплекса ЛИРА при решении геометрически нелинейных задач устойчивости осесимметричных сферических панелей линейно-переменной толщины.

M.O. Solovey, O.P. Kryvenko, O.B. Kalashnikov, O.A. Tamilko

Comparative analysis of a stability of axially-symmetric shells with the linearly-variable thicknesses

The outcomes of the analyses are compared which are carried out by the moment scheme of finite elements and by the complex LIRA. Solutions of geometrically nonlinear tasks of stability for axially-symmetric spherical shells with the linearly-variable thickness are compared.