

УДК 539.3

М.О. Соловей, д.-р техн. наук
О.П. Кривенко, канд. техн. наук
О.О. Міщенко

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТА СТІЙКОСТІ ГРАНОВАНИХ ОБОЛОНОК СТУПІНЧАСТО- ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Порівнюються результати розрахунків, що виконані за моментною схемою скінченних елементів та зі застосуванням програмного комплексу ЛІРА при розв'язанні геометрично нелінійних задач стійкості пружних пологих гранованих панелей ступінчато-змінної товщини.

Задачам стійкості гладких пологих панелей, які є класичними в геометрично нелінійній теорії оболонок, присвячена численна література [1-11]. На цьому типі оболонок, здебільшого сталої товщини, досліджуються методи й алгоритми розв'язання нелінійних задач стійкості. Підвищення загальної жорсткості оболонкової конструкції (і відповідно її несучої спроможності) виконується за рахунок більш раціонального розподілу матеріалу в її об'ємі. Звичайно це досягається заміною сталої товщини оболонки на гладко-змінну [11 - 14] або ступінчато-змінну [11, 15 - 17]. Вплив на стійкість гнучких пологих панелей змінності товщини мало вивчений, що пояснюється складністю розв'язування подібних нелінійних задач.

Робота, яка є продовженням досліджень [18 - 20], присвячена порівнянню результатів розрахунків геометрично нелінійних задач стійкості пологих гранованих панелей ступінчато-змінної товщини, що отримані за моментною схемою скінченних елементів (МССЕ) [21 - 24] та зі застосуванням програмного комплексу (ПК) ЛІРА [25].

Методика [21 - 23] базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності, положеннях МССЕ та застосуванні для тонких оболонкових конструкцій універсального просторового скінченного елемента (СЕ) [24]. Нелінійний розв'язок знаходиться комбінованим алгоритмом, який поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютона-Канторовича на кроці навантаження [26]. Метод розрахунку апробований на широкому класі тонких пружних оболонок неоднорідної структури при дії різних режимів термосилового навантаження [10, 11].

При розрахунках за ПК ЛПА скінченноеlementна модель оболонки (СЕМО) апроксимувалася двома типами нелінійних оболонкових СЕ сталої товщини: у полюсі оболонки – трикутним СЕ № 342, а на інших ділянках – чотирикутним СЕ № 344 [25]. Співвідношення для СЕ оболонки отримані на основі теорії пологих оболонок [27]. Застосовано кроковий нелінійний процесор, який забезпечує розв'язок лінеаризованої системи рівнянь нелінійної задачі на кожному кроці приросту вектора вузлових навантажень із врахуванням зміни геометрії конструкції при її деформуванні.

У нелінійному процесорі ПК ЛПА на кроці навантаження відслідковується вироджуваність матриці лінеаризованої системи розв'язувальних рівнянь. Точка, в якій ця матриця вироджується, приймається за критичну. Подальший розрахунок припиняється, дослідження закритичного стану конструкції та аналіз типу особливих точок (розгалуження та критичних) не виконується.

У роботах [10, 11] були досліджені за МССЕ збіжність і точність розв'язків у задачах нелінійного деформування, втрати стійкості та закритичної поведінки пологих сферичних панелей лінійно-змінної товщини та гранованих ступінчасто-змінної товщини. У роботах [18, 19] ці розв'язки зіставлені з результатами розрахунків за ПК ЛПА. У всіх розглянутих задачах отримано гарний збіг розв'язків у докритичній області та незначне розходження в точках розгалуження та верхній критичній.

У даній роботі виконано порівняння розв'язків для гранованих оболонок ступінчасто-змінної товщини, які отримані при заміні криволінійної форми серединної поверхні гладкої осесиметричної сферичної панелі на грановану, а її лінійно-змінної товщини – на ступінчасто-змінну (рис. 1). У дослідженні порівнювалися конструкції, що відповідають гладким панелям з розподілом лінійно-змінної товщини, який, згідно з проведеними за МССЕ дослідженнями [11], є раціональнішим у задачах стійкості пологих сферичних панелей лінійно-змінної товщини. Для цих панелей характерним є потовщення їхньої центральної частини.

Дослідження виконувалися на прикладі панелей, що жорстко затиснуті вздовж контуру та навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q (рис. 1, a). Прийняті наступні дані: вихідна (“базова”) товщина $h^* = 0.01$ м, стріла підйому $H = 5h^*$, радіус серединної поверхні $R = 1002.5h^*$, радіус опорного контуру $a = 100h^*$, модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$. Результати розрахунків

подані з використанням безрозмірних параметрів $\bar{q} = q/E \cdot (a/h^*)^4$ та $\bar{u}' = u'/h^*$, де u' – прогин центра панелі в декартовій системі координат $x^{i'}$.

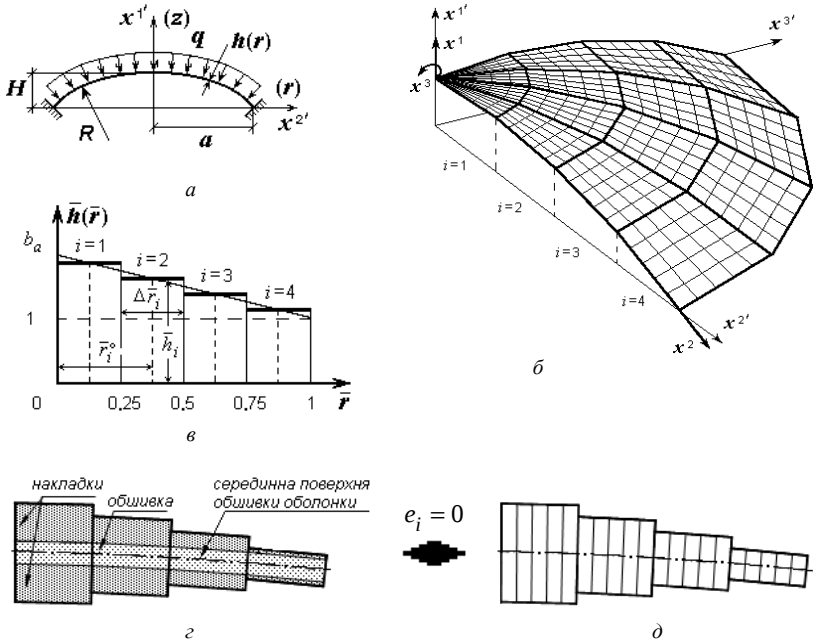


Рис. 1. Скінченноелементна модель гранованої панелі ступінчато-змінної товщини (а, б, в); схема неексцентричного розміщення накладок (г) та скінченних елементів (д) відносно серединної поверхні обшивки гранованої панелі

Розглянемо пологі оболонки з лінійно-змінним розподілом товщини. Спосіб заміни панелей лінійно-змінної товщини на грановані ступінчато-змінної товщини докладно описано в [11]. Суть заміни полягає в наступному. Криволінійна серединна поверхня осесиметричної сферичної панелі (рис. 1, а) замінювалася вписаною в неї гранованою поверхнею (рис. 1, б). Моделювання гранованої поверхні чверті оболонки реалізовано за допомогою 16 плоских граней (при поділі 4×4). Результати досліджень показали, що для забезпечення необхідної точності при апроксимації однієї плоскої грані достатньою є сітка 5×5 СЕ, а для всієї розрахункової СЕМО (чверті панелі) – 20×20 СЕ. Заміна безрозмірної

лінійно-змінної функції товщини $\bar{h}(\bar{r}) = h(\bar{r})/h^*$ наближеною до неї ступінчасто-змінною показана на рис. 1, в. Функція розподілу ступінчасто-змінної товщини подана на інтервалах $\Delta \bar{r}_i$ так:

$$\bar{h}(\Delta \bar{r}_i) = \bar{h}_i, \text{ при } \frac{1}{4}(i-1) \leq \Delta \bar{r}_i \leq \frac{1}{4}i \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (1)$$

Безрозмірні параметри $\bar{h}_i$ визначені як значення лінійно-змінної товщини на середині інтервалу $\Delta \bar{r}_i$ в точці $\bar{r}_i^o = \frac{1}{4}\left(i - \frac{1}{2}\right)$ за двома законами зміни товщини:

$$1) \bar{h}_i = 1 + \bar{r}_i^o(1 - b_o), \quad (2)$$

де $b_o = h_{\bar{r}=1}/h_{\bar{r}=0} \leq 1$, що відповідає потоншенню панелі на контурі $h_{\bar{r}=1}$, при незмінному значенні функції товщини в центрі $h_{\bar{r}=0} = h^*$;

$$2) \bar{h}_i = 1 + (b_a - 1)\left(1 - \bar{r}_i^o\right), \quad (3)$$

де $b_a = h_{\bar{r}=0}/h_{\bar{r}=1} \geq 1$, що відповідає потовщенню панелі в центрі $h_{\bar{r}=0}$, при незмінному значенні функції товщини на контурі $h_{\bar{r}=1} = h^*$.

При $b_o = b_a = 1$ маємо частинний випадок – грановану оболонку сталої товщини $\bar{h}_i = 1$.

У дослідженні розрахункова товщина грані h_i замінювалася на найближчу до неї товщину h_i^c з сортаменту плоского листового прокату [28]. Аналіз вихідних об'ємів V (об'єм вихідної гладкої оболонки лінійно-змінної товщини) та прийнятих V_{cp}^c (об'єм гранованої оболонки ступінчасто-змінної товщини) показав, що виконана заміна практично не змінила величину об'єму оболонки. Відмінності між об'ємами перебувають в межах від -4.33% до $+0.22\%$.

На відміну від МССЕ побудова СЕМО ступінчато-змінної товщини за ПК ЛПРА можлива лише з неексцентричним з'єднанням граней. Тому порівнювалися розрахунки для схеми СЕМО (рис. 1, д), у якій застосовується поєднання граней без ексцентриситету ($e_i = 0$) з симетричним додаванням накладок різної товщини до обшивки оболонки (рис. 1, з).

Порівняння нелінійних розв'язків МССЕ і ПК ЛІРА проведено для параметрів товщини $b_o = 0.55$, $b_o = b_a = 1$, $b_a = 2$ і 4 (рис. 2 і 3, табл. 1).

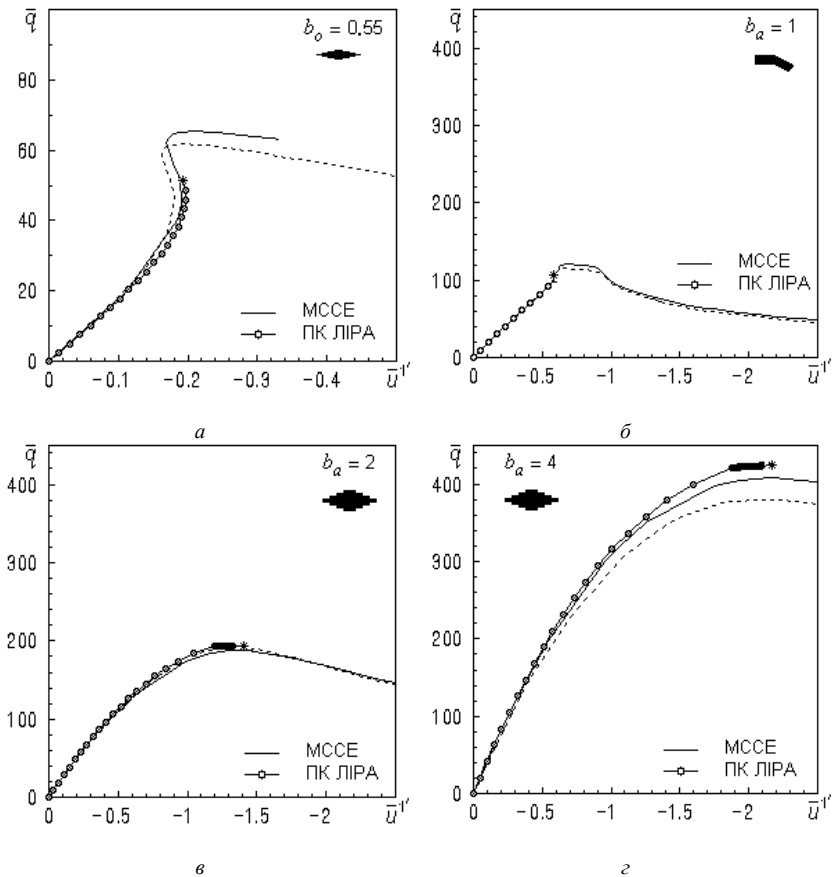


Рис. 2. Діаграми “навантаження-прогин в центрі” для гранованих оболонок ступінчато-змінної товщини

На діаграмах “навантаження–прогин” спостерігається гарний збіг розв'язків у докритичній області (рис. 2). Кінцева точка проведення розрахунку за ПК ЛІРА позначена зірочкою “*”. В точці розгалуження (для панелей з параметрами $b_o = 0.55$ і $b_o = b_a = 1$) розбіжність за величинами навантажень $\bar{q}^*$ становить відповідно -0.18 і $+1.98$ %, за

прогинами $\bar{u}^{1*}$ – +1.01 і +3.5 %. Для панелей з $b_a = 2$ і 4 маємо гарний збіг за величиною верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^6$, для яких розбіжність становить відповідно +4.04 і +4.17 %, за прогинами $\bar{u}_{кр}^{1^6}$ – +7.53 і –0.78 %. Для порівняння впливу гранованості на рисунках наведено розв'язок, отриманий за МССЕ для гладкої панелі лінійно-змінної товщини, який позначено пунктирною лінією.

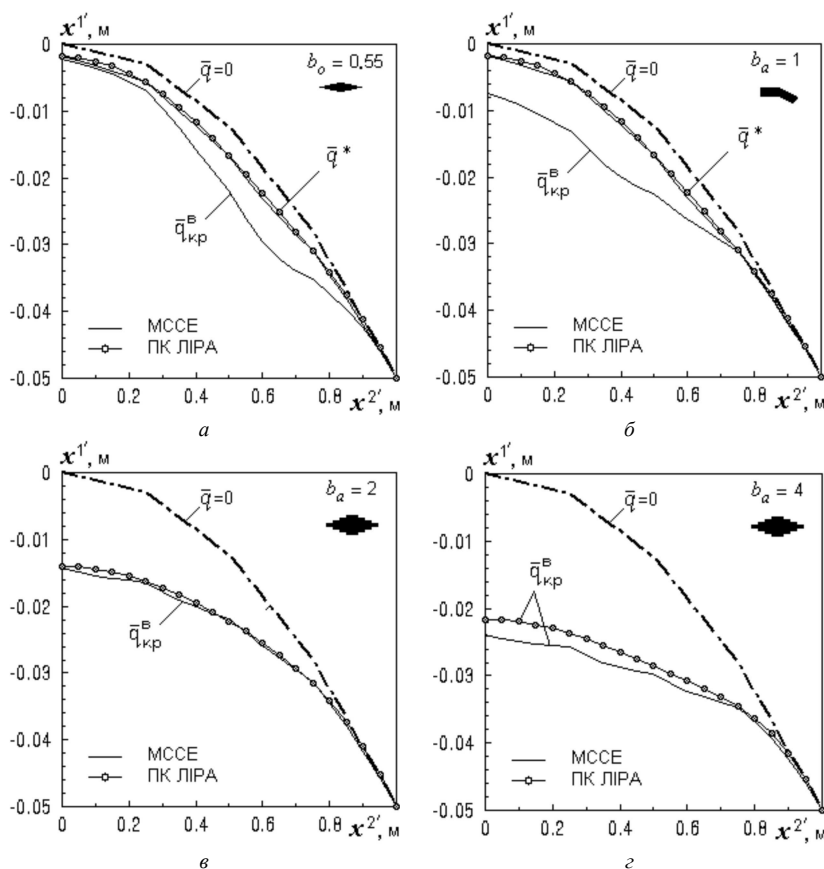


Рис. 3. Форми деформування гранованих оболонок ступінчато-змінної товщини

Гарний збіг отримано при порівнянні форм деформування гранованих панелей ступінчато-змінної товщини (рис. 3).

Таблиця 1

Порівняння розв'язків МССЕ і ПК ЛПРА в особливих точках							
$b_o = 0.55$		$b_o = b_a = 1$		$b_a = 2$		$b_a = 4$	
$\bar{q}^*$	$\bar{u}^{1*}$	$\bar{q}^*$	$\bar{u}^{1*}$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}_{кр}^{1e}$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}_{кр}^{1e}$
МССЕ							
51.29	0.1881	101.0	0.5797	187.9	1.302	407.7	2.177
ПК ЛПРА							
51.20	0.1900	103.0	0.6000	195.5	1.400	424.7	2.1600
$\Delta, \%$							
-0.18	1.01	1.98	3.50	4.04	7.53	4.17	-0.78

Таким чином, наведені розв'язки за МССЕ підтверджуються розв'язками за ПК ЛПРА. Гарний збіг отриманих за МССЕ та ПК ЛПРА результатів розрахунків нелінійного деформування та втрати стійкості гранованих оболонок різної ступінчасто-змінної товщини підтвердив можливість застосування при певних обмеженнях ПК ЛПРА для дослідження нелінійної задачі стійкості розглянутого класу пологих оболонок.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Валишвили Н.В.* Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. - М.: Машиностроение, 1976. - 278 с.
2. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, 1967. - 984 с.
3. *Григолюк Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. - М.: Наука, 1978. - 360 с.
4. *Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А.* Устойчивость нелинейных механических систем. - Львов: Вища школа, 1982. - 255 с.
5. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. - К.: Наукова думка, 1974. - 136 с.
6. Метод конечных элементов в механике твердых тел / *А.С.Сахаров, В.Н.Кислюкий, В.В.Киричевский и др.* - К.: Вища шк. Голов. изд-во, 1982. - 480 с.
7. *Срубщик Л.С.* Выпучивание и послекритическое поведение оболочек. - Ростов-на-Дону: Изд-во Ростов. ун-та, 1981. - 96 с.
8. *Феодосьев В.И.* Об устойчивости сферической оболочки, находящейся под действием внешнего равномерно распределенного давления // Прикл. мат. и мех., 1954. - Т. 18, N 1. - С. 35-42.
9. *Шилькрут Д.И., Вырлан П.М.* Устойчивость нелинейных оболочек. - Кишинев: Штиинца, 1977. 104 с.

10. *Баженов В.А., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих неоднородных оболочек при термосиловых нагрузках // Прикладная механика, 2009. – 45, № 9. – С. 3-40.
11. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
12. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив змінної товщини на стійкість пологих панелей при дії рівномірного тиску // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Збірн. наук. праць. – Вип. 4(27).- Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2003. – С. 15-20.
13. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // Авиационно-космическая техника и технология. – 2004. – № 2 (10). – С. 18-25.
14. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив нагріву на стійкість гладких пологих сферичних оболонок лінійно-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2004. – Вип. 74. – С. 61–74.
15. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Аналіз стійкості гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 83-96.
16. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив нагріву на стійкість гранованих пологих сферичних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2004. – Вип. 75. – С. 91–97.
17. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Вплив режимів термосилового навантаження на стійкість і позакритичну поведінку оболонок сталої та ступінчато-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 77. – С. 30–42.
18. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б.* Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості тонких пружних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 83. – С. 63-73.
19. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашніков О.Б., Томілко* Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості осесиметричних оболонок лінійно-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 84. – С. 89-96.
20. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Дубина О.С.* Аналіз збіжності та точності розв'язків задачі згину пружної пластини методом скінченних елементів в учбовому комплексі // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 118-123.
21. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Нелінійні рівняння деформування тонких багатшарових поребриних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КДТУБА. – 1998. – Вип. 64. – С. 116-127.
22. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 1999. – Вип. 66. – С. 22-25.
23. *Баженов В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях // Проблемы прочности, 1999. – N 5. – С. 96-102.
24. *Соловей М.О.* Модифікований просторовий скінченний елемент для моделювання тонких неоднорідних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2006. – Вип. 80. – С. 96-113.

25. ЛИРА 9.4. Руководство пользователя. Основы. Учебное пособие. / *Е.Б. Стрелец-Стрелецкий, В.Е. Боговис, Ю.В. Гензерский, Ю.Д. Гераймович, Д.В. Марченко, В.П. Титок*. – К.: «Факт», 2008. – 164 с.
26. *Соловей Н.А.* Реализация алгоритма решения систем нелинейных уравнений в задачах устойчивости оболочек в вычислительном комплексе ПРОЧНОСТЬ-75 // *Вычислительная и прикладная математика*. 1987. - Вып.62. - С. 39-51.
27. *Городецкий А.С., Евзеров И.Д.* Компьютерные модели конструкций. – К.: Факт, 2007. – 394 с.
28. ГОСТ 82-70 (СТ СЭВ 2884-81). Сталь прокатная широкополосная универсальная. Сортамент. – Взамен ГОСТ 82-57; Введ. 01.01.72. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 6 с

Отримано 01.09.10

Соловей Н.А., Кривенко О.П., Мищенко О.А.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ГРАНЕНЫХ ОБОЛОЧЕК СТУПЕНЧАТО-ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Сравниваются результаты расчетов, выполненных по моментной схеме конечных элементов и с применением программного комплекса ЛИРА при решении геометрически нелинейных задач устойчивости упругих пологих граненых панелей ступенчато-переменной толщины.

Solovey N.A., Kryvenko O.P., Myschenko O.A.

COMPARATIVE ANALYSIS OF A NONLINEAR DEFORMATION AND STABILITY OF SHALLOW SHELLS WITH THE STEPWISE -VARIABLE THICKNESSES

The outcomes of the analyses of geometrically nonlinear tasks of stability for elastic shallow shells with the stepwise-variable thickness, which are carried out by the moment scheme of finite elements and by the programming complex LIRA, are compared.