УДК 697.92

О.М. Гумен, д.т.н., професор
В.Б. Довгалюк, к.т.н., доцент
В.О. Мілейковський, к.т.н., доцент

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ РУХУ СТРУМИННИХ ТЕЧІЙ

Національний технічний університет "Київський політехнічний інститут", Україна
Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Розглянуто підхід до визначення кількості руху у струминних течіях з урахуванням наявності у них великомасштабних вихрових утворень. Одержано рівняння кількості руху для течій, що не є квазіусталеними. Введено поняття усереднюваної течії. Показано, що струминні течії є усереднюваними. Для таких течій визначено поправку на не квазіусталений характер розвитку. Це уточнення дозволяють підвищити ефективність організації повітрообміну в приміщеннях.

Постановка проблеми. Одним з напрямків підвищення енергоефективності вентиляції та кондиціонування повітря є ефективна організація повітрообміну. У вентильованих приміщеннях струминні течії є одним з найбільш важливих факторів, що визначає розподіл параметрів повітряного середовища, а отже, умови праці та перебігу технологічних процесів. Тому розрахунок припливних та теплових струмин є одним з найбільш важливих при проектуванні систем забезпечення мікроклімату. Таким чином, підвищення точності розрахунку струминних течій дозволяє виявити резерви підвищення енергоефективності організації повітрообміну.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Практично всі теорії затоплених вільних ізотермічних струмин базуються на законі збереження кількості руху. Якщо густина струмини відрізняється від густини середовища, то зміна кількості руху відповідає імпульсу сил гравітації. Однак підрахунок проекції «секундної» кількості руху на довільну вісь s виконується за профілем швидкості v, усередненим у часі [1]:

$$I_s = \beta\rho\,\overline{v}_s^2 A, \qquad (1)$$

де ρ – густина повітря, A – площа перерізу, β – коефіцієнт Бусинеска:

$$\beta = \left(\int_{A_i} \tilde{\rho}\tilde{v}_s^2 dA\right) / \left(\overline{\rho}\overline{v}_s^2\right). \qquad (2)$$

Тут і надалі індекс s означає проекцію на вісь s, риска показує усереднення за перерізом та часом, а хвиляста риска – усереднення лише за часом.

Проф. С.Е. Бутаков у роботі [2] звернув увагу на суттєву похибку визначення кількості руху у струминних течіях. Він визначив кількість руху за дослідними усередненими профілями Фертмана. Результат показав зменшення кількості руху на початковій ділянці на 15...25%. Однак жодних фізичних передумов для втрати кількості руху немає.

Іншим проблемним прикладом є теорія У. Толміна [3]. Вона відповідає дослідним даним лише якщо прийняти різні полюсні відстані струмини при розрахунку її затухання швидкості та геометричної форми, – відповідно, 4,75 та 1,2. Це явище до сьогодні не знайшло загальноприйнятого пояснення. Для інженерних розрахунків часто використовують одне значення, що відповідає більш важливому параметру. Наприклад, у роботі [4] використано значення для затухання швидкості, що призводить до похибок розрахунку геометричної форми.

Проф. С.Е. Бутаков [2] одним із перших дав тлумачення цих проблем. Він запропонував урахувати перестановку частинок потоку за рахунок турбулентного премішування. Однак це пояснення не набуло загального визнання. Адже перестановка частинок характерна і для різних видів місцевих опорів. Але для багатьох з них рівняння кількості руху дає достатню точність [1].

Рівняння кількості руху було одержано Л. Ейлером лише для усталених потоків без зміни параметрів у часі [3]. Турбулентні потоки є неусталеними за своєю природою, оскільки їхні параметри змінні у часі за рахунок пульсацій. Тому запис інтегральних рівнянь динаміки усталених потоків завжди вносить певну похибку. Квазіусталеними називаються течії, для яких ця похибка є несуттєвою. Тобто складне пояснення проф. С.Е. Бутакова [2] може бути сформульовано так: струминні течії не є квазіусталеними потоками. Це вимагає корекції рівняння кількості руху. Відома переміжність у записах швидкості периферичної частини струмини підтверджує, що характер струминних течій не можна розглядати як квазіусталений.

Пульсації параметрів турбулентних потоків спричиняються вихорами. Роль в'язкості у таких потоках є опосередкованою. На підставі останнього твердження професор кафедри теплогазопостачання і вентиляції Київського національного університету будівництва і архітектури А.Я. Ткачук розробив теорію турбулентних примежових шарів на базі методу особливостей [5]. Потік розглядається як потік ідеальної рідини, а поверхні розриву тангенціальної складової швидкості подаються як вихрова пелена. Струминний примежовий шар складається з великомасштабних вихорів – клубів. За теорією проф. А.Я. Ткачука з урахуванням візуальних досліджень у плоских струминах вони [6] утворюють дві вихрові пелени у шаховому порядку (рис. 1, а).

Формулювання цілей і завдання статті. Метою роботи є визначення поправки на кількість руху для струминних течій, що дозволить більш точно розраховувати їхнє затухання.

Основна частина. Розглянемо довільну течію (рис. 1, б).

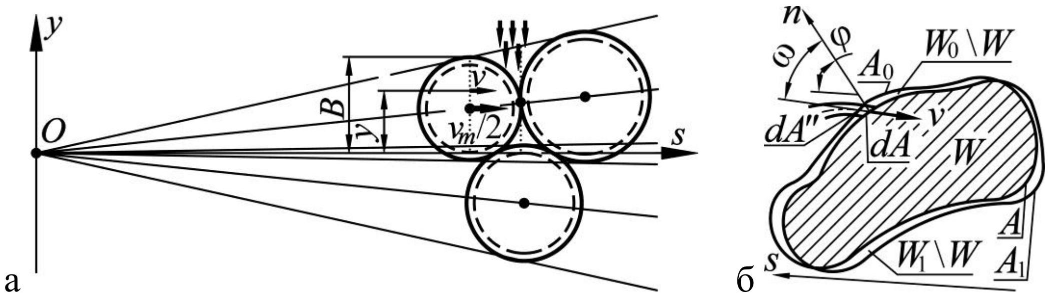


Рис. 1. Визначення кількості руху не квазіусталеної течії:
а – схема струмини, б – схема довільної течії

Виділимо масу m у об'ємі W_0, що обмежений замкненою контрольною поверхню A_0. Виберемо вісь s. За елементарний проміжок часу $d\tau$, що відлічується від моменту часу τ_0, маса m займе фігуру W_1. Вона обмежена поверхнею A_1, нескінченно близькою до A_0. Виділимо об'єм W, якому належать усі точки, що одночасно належать обом фігурам. Він обмежений поверхнею A.

Виділена множина частинок середовища залишається однією і тією ж. Потік фактично відбувся. Тому положення кожної частинки, її швидкість v та зовнішні сили, віднесені до одиниці площі, P залежать лише від часу. Використаємо теорему про кількість руху з урахуванням нескінченної близькості поверхонь A, A_0 та A_1. Різниця кількості руху виділеної маси m при русі від початкового W_0 до кінцевого W_1 об'ємів за час $d\tau$

$$\left(\int_m v_s dm\right)_{\tau_0} - \left(\int_m v_s dm\right)_{\tau_0+d\tau} = d\left(\int_m v_s dm\right) = \oiint_A P_s dA d\tau. \qquad (3)$$

Інекс біля дужок означає момент часу інтегрування.

Перейдемо у залежності (3) від маси m до займаного нею об'єму W. Елементарний об'єм прийнятий настільки малим, що густина середовища у ньому може вважатися постійною. Швидкість і густина у кожній точці простору для конкретного неусталеного потоку, що вже фактично відбувся, є функцією лише від часу. Тоді рівняння (3) набуде вигляду:

$$\int_W \left(d(\rho v_s)/d\tau\right) dW d\tau + \left(\int_{W_1\backslash W} (\rho v_s) dW\right)_{\tau_0+d\tau} - \left(\int_{W_0\backslash W} (\rho v_s) dW\right)_{\tau_0} = \oiint_A P_s dA d\tau,$$

(4)

де $W_i\backslash W$ – це різниця множин точок фігур W_i (i =1, 2) та W, тобто частина фігури W_i, що не входить до W.

Обидві різниці складаються з фрагментів елементарних трубок течії, що втікають і витікають з заповненням усього об’єму. Якщо ці фрагменти прийняти достатно тонкими і короткими (час $d\tau$ достатньо малим), то швидкість v у їхніх межах можна вважати сталою. Фрагменти цих трубок наближаються до урізаних конусів або пірамід. Об’єм кожної з них:

$$dW = v_n d\tau\left(dA + \sqrt{dAdA''} + dA''\right)/3 = dA'v_n d\tau = dA'v\cos(\omega)d\tau, \qquad (5)$$

де v_n – проекція швидкості на нормаль до поверхні A; ω – кут між нормаллю n та вектором швидкості; dA' – площа перерізу, паралельного основам, що дає еквівалентний об’єм. Ця площа є середнім арифметичним з значень площ основ та їхнього середнього геометричного. Тому переріз A' завжди існуватиме в межах урізаного конуса (піраміди), а не на його продовженнях. При прямуванні до нуля періоду часу $d\tau$ усі перерізи урізаного конуса (піраміди) стягуються до основи dA. Задіємо усю поверхню A шляхом доповнення лівої частини рівняння (4) аналогічним нульовим інтегралом за аналогічним нульовим об’ємом, де на поверхні A швидкість v дорівнює нулю. Позначимо кути між швидкостями та силами, відповідно, φ та ψ. Розділимо обидві частини на $d\tau$. Після перетворень одержимо рівняння кількості руху з трьома варіантами лівої частини:

$$\left[d\left(\int_W \rho v\cos(\varphi)dW\right)/d\tau\right] + \oint_A \pm\rho v^2\cos(\varphi)\cos(\omega)dA =$$

$$= \left[d\left(\int_W \rho v\cos(\varphi)dW\right)/d\tau\right] + \oint_A \pm\rho v_n v_s dA =$$

$$= \left[d\int_W \rho v\cos(\varphi)dW \Big/ d\tau\right] + \oint_A \pm v\cos(\varphi)dG = \oint_A P_s\cos(\psi)dA. \qquad (6)$$

Знак плюс відповідає витіканню потоку з даного контуру і мінус – втіканню. В усталених течіях член у квадратних дужках дорівнює нулю, а підінтегральні вирази не залежать від часу. Тобто ми отримуємо загальновідоме [1] рівняння кількості руху для усталених течій. У не квазіусталених течіях ані перше ані друге невірно.

Більшість потоків після виходу на стаціонарний режим усіх керованих зовнішніх факторів можна віднести до усереднюваних. **Усереднюваним за часом $\Delta\tau$ з похибкою ε можна вважати потік, для якого інтеграл густини, кількості руху, енергії та інших фізичних величин за об’ємом у будь-якій фіксованій контрольній поверхні та за проміжком часу завдовжки $\Delta\tau$ не**

залежить від початку відліку проміжку часу у межах похибки ε.

Одним з видів усереднюваних, але не обов'язково квазіусталених потоків, є періодичний потік. **Періодичний потік – це потік, у кожній точці якого всі параметри через певнй період часу Δτ набувають однакового значення.** Потік на рис. 1, а з достатньою точністю можна вважати періодичним, а значить, усереднюваним.

Для усереднюваного потоку проінтегруємо обидві частини рівняння (6) за період часу Δτ. Інтеграл члена у квадратних дужках стане нульовим. Отримаємо рівняння кількості руху усереднюваних потоків. Ділення на Δτ дозволяє зберегти розмірність «секундної» кількості руху:

$$\int\limits_{\Delta\tau}\oiint\limits_{A}\pm\rho v^2\cos(\varphi)\cos(\omega)\,dA\,d\tau\Big/\Delta\tau=\int\limits_{\Delta\tau}\oiint\limits_{A}P_s\cos(\psi)\,dA\,d\tau\Big/\Delta\tau. \qquad (7)$$

Розглянемо частинні випадки інтегрування лівої частини рівняння (7) за фрагментами A_i поверхні A. Для перерізів з квазіусталеною течією, наприклад, на виході з повітророзподільної щілини (отвору), використовується класичне визначення секундної кількості руху (1-2). Якщо швидкість дорівнює нулю або нормальна до осі s, то проекція кількості руху на неї відсутня. Такі фрагменти при інтегруванні не враховуються. Для плоских фрагментів, нормаль яких зорієнтована вздовж або проти осі s, маємо:

$$I_s=\int\limits_{\Delta\tau}\iint\limits_{A_i}\pm\rho v^2\cos(\varphi)\cos(\omega)\,dA\,d\tau\Big/\Delta\tau=\pm\bar{\rho}\bar{v}_n^2A_i\beta\beta_\tau, \qquad (9)$$

де β_τ – поправка на не квазіусталений характер:

$$\beta_\tau=\left(\int\limits_{\Delta\tau}\int\limits_{A_i}\rho v_n^2\,dA\,d\tau\right)\Big/\left(\Delta\tau\int\limits_{A_i}\tilde{\rho}\tilde{v}_n^2\,dA\right). \qquad (10)$$

Для вільних криволінійних струмин перший розрахунковий переріз приймаємо у повітророзподільній щілині (отворі). Потік у цьому перерізі квазіусталений і описується рівняннями (1) та (2). Другим обираємо розрахунковий плоский переріз. Вісь s приймаємо перпендикулярно до нього. Тому застосовуємо рівняння (9-10).

Визначимо поправку β_τ для вільних струмин. Застосуємо такий же підхід, який був застосований до визначення профілю швидкості [6]. Для цього слід підвищити якість інтерполяції швидкості у міжклубному шарі до квадратичної, оскільки ця поправка більш чутлива, ніж середні значення. У роботі [6] інтерполяція була лінійною. Граничні умови доповнимо подвійною гладкістю на стику. Маємо профіль швидкості:

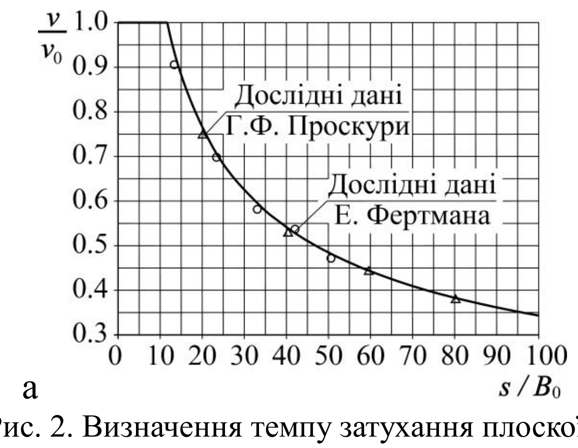
$$v / v_m = \begin{cases} \dfrac{1-(y/B)}{0{,}5345^2}\dfrac{S}{2} + \left[P(y/B)\dfrac{0{,}5345 - S}{0{,}5345}\right], & 0 \le y/B < 0{,}4655; \\ \\ \dfrac{1-(y/B)}{0{,}5345^2}\dfrac{S}{2}, & 0{,}4655 \ge y/B \ge 1, \end{cases} \quad (11)$$

де $P(y / B)$ – апроксимаційний багаточлен, а S – параметр:

$$P(y / B) = -\,8{,}6222815\,(y/B)^2 + 1{,}7314481\,(y/B) + 1{,}0623752; \quad (12)$$

$$S = \sqrt{0{,}5345^2 - \left(\left(\frac{y}{B}\right) - 0{,}4655\right)^2}\,. \quad (13)$$

Приймемо у міжклубному шарі при кожному значенні ординати y швидкість приблизно постійною вздовж осі струмини s згідно з рівнянням (12). Клуби подібно до колеса котяться вільною межею [6]. Згідно з формулою (10) проінтегруємо швидкість за частиною струмини, що містить половину клуба (на рис. 1, б позначена точковою лінією). Отримаємо значення поправки $\beta_\tau = 1{,}11$, що лише на 3,6 % менше за одержане С.Е. Бутаковим [2] значення для основної ділянки струмини – 1,15. Лінійна інтерполяція [6] дала завищене значення $\beta_\tau = 1{,}52$. При цьому профіль швидкості відрізняється від рівнянь (11-13) біля 5%. Для уточнення темпу затухання швидкості введення поправки до рівнняння кількості руху [1] призводить до ділення одержаних результатів на поправку β_τ (рис. 2). Маємо відмінний збіг з експериментальними даними.



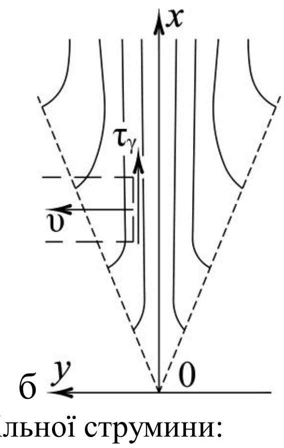


Рис. 2. Визначення темпу затухання плоскої вільної струмини:
а – одержані результати (дослідні дані [3]), б – схема джерела У. Толміна

Розглянемо можливості усунення розбіжності полюсів у теорії У. Толміна. Схема плоского джерела Толміна на рис. 2, б [3] показує два ключових моменти теорії. По-перше, запис рівняння кількості руху виконується для контура (позначено довгим пунктиром), що містить фрагменти перерізів струмини. По-друге, на межі контура, паралельній осі струмини x, слід урахувати тангенціальні напруження τ. Наявність структурних елементів (клубів), сумірних з розміром струмини, ускладнює її розгляд з точки зору обох зазначених позицій.

Кожен момент часу до контуру потраплятимуть лише фрагменти клуба, швидкість руху яких змінює напрямок. Це унеможливлює визначення дотичних напружень, а значить, теоретизацію поправок на не квазіусталений характер руху. Виходом є введення різних поправок до двох членів рівняння кількості руху (2.76) у роботі [3] і визначення їх за умови спільного полюса струмини, що буде виконано у майбутніх роботах.

Висновки. Одержано рівняння кількості руху для не квазіусталених потоків. Введено поняття усереднюваної не квазістаціонарної течії. Показано, що струмини є одним з видів таких течій. Це дозволило уточнити темп затухання струминних течій. Одержані результати відповідають експериментальним даним.

Література

1. *Талиев В.Н.* Аэродинамика вентиляции: Учеб. Пособие для вузов. - М.: Стройиздат, 1979. - 295 с.

2. *Бутаков С.Е.* О количестве движения и методе расчета изотермических струй. // Теория и расчет вентиляционных струй. Л., 1965, с.86-95.

3. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: Учеб. руководство: для втузов. - 5-е изд., перераб. и доб. - М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1991.- 600 с.

4. Основы практической теории горения: Учебное пособие для ВУЗов / В.В. Померанцев, К.М. Арефьев, Д.Б. Ахмедов и др.; Под ред. В.В. Померанцева. 2-е изд., перераб. и доп. - Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. Отд-ние, 1986. - 312 с.

5. *Ткачук А.Я.,* Довгалюк В.Б. Аеродинаміка вентиляції: Навчальний посібник. – ІВНВКП «Укргеліотех», 2009. – 376 с.

6. *Мілейковський В.О.* Геометричне обґрунтування профілю швидкості в струминних примежових шарах // Будівництво України: Науково-виробничий журнал. – № 1, 2010. – С. 17-20.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Е.Н. Гумен, В.Б. Довгалюк, В.А. Милейковский

Рассмотрен подход к определению количества движения в струйных течениях с учётом присутствия в них крупномасштабных вихревых

образований. Получено уравнение количества движения для течений, не являющихся квазиустановившимися. Введено понятие усредняемого течения. Показано, что струйные течения являются усредняемыми. Для таких течений определена поправка на не квазиустановившийся характер развития. Это уточнение позволяют повысить эффективность организации воздухообмена в помещениях.

MOMENTUM CALCULATION OF JET FLOWS

O. Gumen, V. Dovgaliuk, V. Mileikovskyi

We consider an approach to calculate momentum in jet flows taking into account large-scale vortex formations. We obtain the momentum equation of non-quasi-steady flows. We introduce a concept of flow with averaging possibility. Jet flows are the flows with averaging possibility. For such flows, we calculate a correction caused by non-quasi-steady development behavior. This refinement allows rising of air exchange efficiency in premises.