

МОДЕЛЮВАННЯ РЕАКЦІЇ СЕРЕДОВИЩА НА РУХ РОБОЧОГО ОРГАНУ ВІБРОУДАРНОЇ ПЛОЩАДКИ

Задача проектування віброударних площадок для ущільнення бетонних сумішей (рис. 1) потребує врахування цілого комплексу фізико-механічних властивостей робочого середовища (висота шару суміші, жорсткість, щільність, модуль деформації і т.п). Тому виникає необхідність створення математичної моделі взаємодії робочого органу віброплощадки з оброблюваним середовищем. Для цього потрібно знайти реакцію середовища на віброударний вплив.

Будемо виходити з загальних уявлень про середовище, як систему з розподіленими параметрами (рис. 2).

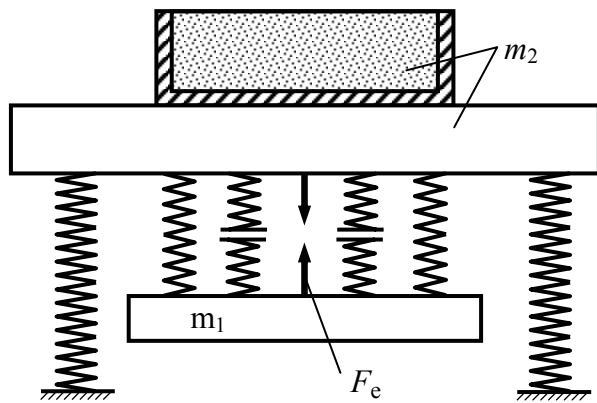


Рис. 1. Схема віброударної установки

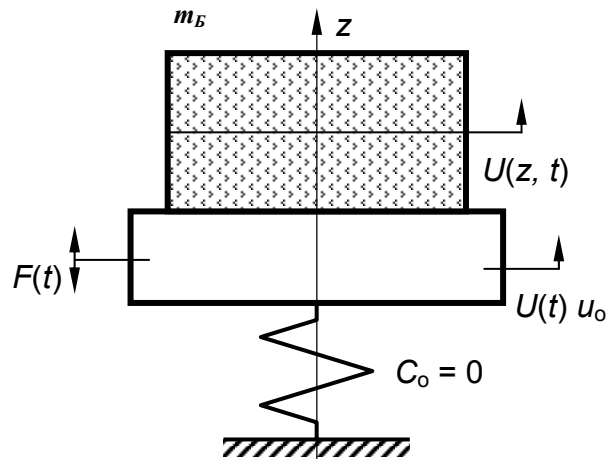


Рис. 2. Схема системи з розподіленими параметрами

В цьому напрямку відома робота професора Назаренка І.І [1]. Для складання математичної моделі пропонується метод, згідно якого робоче середовище в процесі коливань враховується в рівняннях руху робочих органів машин за допомогою контактної сили, яка називається реакцією середовища.

Структурна формула реакції містить дві компоненти, одна з яких характеризує здатність накопичувати енергію, що переходить з однієї форми в іншу (реактивний опір), а інша – розсіювання енергії (активний опір).

Рівняння руху вібраційної системи "машина-середовище" створюються відповідним поєднанням активного і реактивного опорів машини та середовища, визначаючи таким чином загальний опір, для аналізу якого застосовується метод векторних діаграм та метод редукції. Ідея метода заключається в наступному: при відомих парціальних частотах шарів суміші складна змішана динамічна система приводиться до системи з кінцевим числом ступеней вільності, що реалізується для будь яких умов взаємодії вібраційної машини з середовищем.

Для знаходження реакції середовища, у відповідності з вищевказаною ідеєю, будемо застосовувати дискретні моделі.

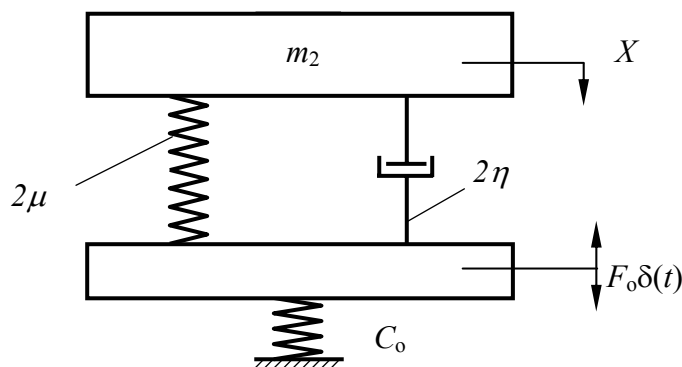


Рис.3. Модель Кельвіна-Фойгта

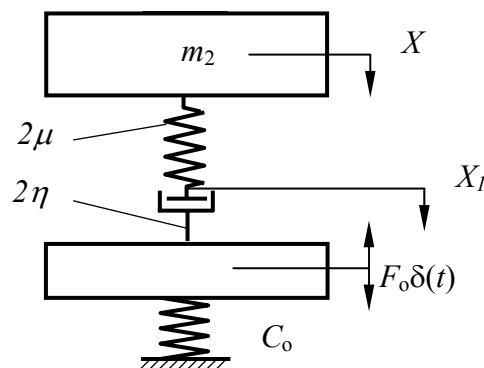


Рис.4. Модель Максвела

Найбільш загальноживаною для бетонної суміші є модель Кельвіна-Фойгта (рис. 3), в якій використаємо наступні позначення:

$F_0\delta(t)$ – імпульс сили, $\delta(t)$ – функція Дірака [2, 5], 2η – $\left[\frac{\text{Н}}{\text{м/с}}\right]$ – коефіцієнт позовжньої в'язкості, 2μ – $\left[\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right]$ – коефіцієнт жорсткості, m – маса бетону.

Запишемо рівняння руху: $m\ddot{X} + 2\eta\dot{X} + 2\mu X = F_0\delta(t)$. (1)

Розв'язувати рівняння будемо за допомогою перетворень Лапласа:

$$mL\ddot{X} + 2\eta L\dot{X} + 2\mu LX = F_0L\delta(t). \quad (2)$$

При нульових початкових умовах отримаємо:

$$X(S)(mS^2 + 2\eta S + 2\mu) = F_0 \rightarrow X(S) = \frac{F_0}{m} \left(\frac{1}{S^2 + \frac{2\eta}{m}S + \frac{2\mu}{m}} \right). \quad (3)$$

Розв'язок будемо проводити в загальному вигляді за умови сильного затухання [2, 5]. Після зворотних перетворень Лапласа отримаємо:

$$X(t) = \frac{F_0\theta(t)}{2m\sqrt{\frac{\eta^2}{m^2} - \frac{2\mu}{m}}} (e^{S_1t} - e^{S_2t}), \quad S_{1,2} = -\frac{\eta}{m} \pm \sqrt{\frac{\eta^2}{m^2} - \frac{2\mu}{m}}, \quad (4)$$

де F_0 – $[\text{Н} \times \text{с}]$ – сила імпульсу; $\theta(t)$ – функція Хевісайда [2, 5].

З формули (4) видно, що система буде здійснювати затухаючий рух відносно динамічного стрибка, який визначається силою імпульсу – F_0 та динамічною податливістю системи –

$$\frac{1}{2m\sqrt{\frac{\eta^2}{m^2} - \frac{2\mu}{m}}}.$$

Визначимо тепер коефіцієнт передачі сил на робочий орган віброна машини.

Сила, що передається на робочий орган: $F_n = 2\mu X + 2\eta\dot{X}$;

$$F_n = \frac{F_0\theta(t)}{2m\sqrt{\frac{\eta^2}{m^2} - \frac{2\mu}{m}}} [(e^{S_1t} - e^{S_2t})2\mu + (S_1e^{S_1t} - S_2e^{S_2t})2\eta], \quad (5)$$

$$KП = \frac{\theta(t)t_{y\partial}}{2m\sqrt{\frac{\eta^2}{m^2} - \frac{2\mu}{m}}} \left[(2\mu + S_1 2\eta)e^{S_1 t} - (2\mu + S_2 2\eta)e^{S_2 t} \right]. \quad (6)$$

Аналізуючи формули (4), (5), (6), слід зазначити, що отримані залежності необхідно розглядати в рамках теорії узагальнених функцій [5], тобто відбувається накладання узагальненої функції, яка реалізується в "нуль-просторі", та функції середовища.

Бетонна суміш, як відомо, представляє собою складну багатокомпонентну структуру [1, 3, 4, 6, 7] властивості якої та вибір робочої моделі залежать від багатьох факторів (висота шару суміші, жорсткість, умови навантаження і т.п.). Тому для якісної оцінки поведінки бетонної суміші скористаємось моделлю Максвелла (рис. 4).

Запишемо рівняння руху системи:

$$m\ddot{X} + 2\mu(X - X_1) = F_0\delta(t). \quad (7)$$

Складемо додаткову умову:

$$2\mu(X - X_1) = 2\eta\dot{X}_1. \quad (8)$$

Після нескладних перетворень отримаємо рівняння:

$$\frac{m}{2\mu}\ddot{X} + \frac{m}{2\eta}\ddot{X} + \dot{X} = \frac{F_0\delta(t)}{2\mu} + \frac{F_0\delta(t)}{2\eta}. \quad (9)$$

Провівши необхідні перетворення Лапласа та розв'язавши систему рівнянь (7), (8), отримаємо:

$$X(S) = \frac{F_0(2\mu + 2\eta S)}{2\eta m} \left(\frac{1}{S^3 + \frac{\mu}{\eta}S^2 + \frac{2\mu}{m}S} \right), X_1(S) = \frac{F_0\mu}{\eta m} \left(\frac{1}{S^3 + \frac{\mu}{\eta}S^2 + \frac{2\mu}{m}S} \right). \quad (10)$$

Провівши зворотні перетворення Лапласа отримаємо:

$$X(t) = F_0\theta(t) \left[\frac{1}{2\eta} + \frac{1}{m} \left(\frac{\left(\frac{\mu}{\eta} + S_2 \right)}{S_2(S_2 - S_3)} e^{S_2 t} + \frac{\left(\frac{\mu}{\eta} + S_3 \right)}{S_3(S_3 - S_2)} e^{S_3 t} \right) \right], \quad (11)$$

$$X_1(t) = F_0\theta(t) \left[\frac{1}{2\eta} + \frac{\mu}{\eta m} \left(\frac{e^{S_2 t}}{S_2(S_2 - S_3)} + \frac{e^{S_3 t}}{S_3(S_3 - S_2)} \right) \right], \quad (12)$$

$$\text{де } S_{2,3} = -\frac{\mu}{2\eta} \pm \sqrt{\frac{\mu^2}{4\eta^2} - \frac{2\mu}{m}}.$$

Тепер перейдемо до визначення коефіцієнта передачі сил системи. Сила, що передається на робочий орган вібростанини буде визначатись:

$$F_n = 2\eta\dot{X}_1(t), \quad F_n = \frac{F_0\mu\theta(t)}{m\sqrt{\frac{\mu^2}{4\eta^2} - \frac{2\mu}{m}}} (e^{S_2 t} - e^{S_3 t}), \quad (13)$$

$$KП = \frac{\theta(t)\mu t_{y\partial}}{m\sqrt{\frac{\mu^2}{4\eta^2} - \frac{2\mu}{m}}} (e^{S_2 t} - e^{S_3 t}). \quad (14)$$

З отриманих розв'язків моделі Максвела видно, що основними факторами які впливають на переміщення інерційної складової суміші є величина ударного імпульсу та динамічна податливість середовища.

Для прикладу знайдемо числові значення величин переміщення та коефіцієнта передачі сил для моделей Кельвіна-Фойгта та Максвела.

Запишемо вихідні дані: швидкість розповсюдження хвиль в бетоні - $C = 50$ м/с [1], висота шару суміші - $h = 0,5$ м, щільність - $\rho = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, маса суміші - $m = 200$ кг. Ударний імпульс [8]: $F_0 = 150,7 \text{ Н} \times c$, при $t_{y\partial} = 0,042$ с.

$$E = C^2 \rho = 50^2 \times 2500 = 6250000 \text{ Па}, \quad 2\mu = \frac{ES}{h} = \frac{6250000 \times 0,16}{0,5} = 2 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Модель Кельвіна-Фойгта: при $t = 0,01$ с:

$$1) \quad \text{при } 2\mu = 2 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad 2\eta = 5 \times 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м/с}}, \quad КП = 1,1; \quad X_{\max} = 2,35 \text{ мм};$$

$$2) \quad \text{при } 2\mu = 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad 2\eta = 44000 \frac{\text{Н}}{\text{м/с}}, \quad КП = 0,63; \quad X_{\max} = 2,6 \text{ мм};$$

Модель Максвела при $t = 0,005$ с.

$$1) \quad \text{при } 2\mu = 2 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad 2\eta = 5000 \frac{\text{Н}}{\text{м/с}}, \quad КП = 0,63; \quad X_{\max} = 4,5 \text{ мм};$$

$$2) \quad \text{при } 2\mu = 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}, \quad 2\eta = 4000 \frac{\text{Н}}{\text{м/с}}, \quad КП = 0,53; \quad X_{\max} = 4,5 \text{ мм};$$

Застосування узагальнених функцій дає можливість отримати реакцію механічної системи на одиничний імпульс (рівняння 4,11 при $F_0 = 1$). Реакцію механічної системи можна

$$\text{представити [2,5]: } h(t) = g(t) * f(t) = \int_0^t g(t - \tau) f(\tau) d\tau, \quad (15)$$

де $g(t)$ - реакція системи на одиничний імпульс; $f(t)$ - вимушуюча сила.

Таким чином, для подальших розрахунків динаміки віброударної площадки необхідно знайти реакцію середовища на одиничний імпульс та обчислити інтеграл (15).

Список літератури

1. Назаренко И.И. Прикладные задачи теории вибрационных систем, К.: І.С.Д.О, 1993.-216с.
2. Цзе Ф.С., Морзе И.Е., Хинкл Р.Т. Механические колебания. М.: Машиностроение, 1966.-507с.
3. Афанасьев А.А. Технология импульсного уплотнения бетонных смесей. М.: Стройиздат, 1987.-166с.
4. Осмаков С.А., Брауде Ф.Г. Виброударные формовочные машины. Расчет и применение. Л.: Стройиздат, 1976.-128с.
5. Кеч В., Теодореску П. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. М.: Мир, 1978.-518с.
6. Овчинников П.Ф. Виброреология. - К.: Наук. Думка, 1983.-269с
7. Овчинников П.Ф., Бабий В.С. Уплотнение строительных смесей на переменных во времени параметрах вибрации и удара.-Кишинев: Штиинца, 1976.-133с.
8. Баранов Ю.О. Створення будівельних ударно-вібраційних машин з електромагнітним приводом. Дис. к.т.н, Київ - 1994.-150с.