

ПОНЯТТЯ УСАМІТНЕНИХ ХВИЛЬ ТА МЕТОДИ ЇХ ОПИСУ

Українська державна академія залізничного транспорту, м. Харків

Наведено деякі відомості про усамітнені (відокремлені) хвилі (так звані солітони), які можна описати нелінійними диференціальними рівняннями типу $\sin$ -Гордона і Кортевега-де Вріза, і розглянуто приклади їх впровадження при моделюванні механічних пристроїв.

Постановка проблеми. Хвилі на поверхні води здавна привертали увагу дослідників, адже вони являють собою широко відоме явище в природі, що супроводжує переміщення суден по воді. При певних умовах на воді можна спостерігати і усамітнену (відокремлену) хвилю, яку прийнято називати *солітон*. Солітон – це відокремлена хвиля в середовищах різної фізичної природи, яка зберігає незміною свою форму й швидкість при поширенні [1, 2].

Поняття «солітон» започаткував британський інженер Джон Скотт Рассел (1808-1882). У 1834 році він першим описав «велику відокремлену хвилю». Ось як автор розповідав про відкриття: «Я стежив за рухом баржі, яку швидко тягла по вузькому каналі пара коней. Коли баржа зненацька зупинилася, то маса води, якій баржа надала руху, не зупинилася; замість цього вона зібралася біля носа судна в стані активного руху, потім зненацька залишила його, котячись уперед з величезною швидкістю, приймаючи форму великого одиночного водяного спучення, округлого, гладкого і чітко вираженого водяного пагорба, що продовжував свій шлях уздовж каналу, анітрошки не міняючи своєї форми й не знижуючи швидкості. Я поїхав за ним (за пагорбом) верхи, і коли я нагнав його, він як і раніше котився вперед зі швидкістю приблизно вісім або дев'ять миль на годину, зберігши свій первісний профіль спучення довжиною біля тридцяти футів і висотою від фута до фута з половиною» [2].

Аналіз основних досліджень і публікацій. Рассел назвав виявлене ним явище «відокремленою хвилею трансляції». Однак, його повідомлення зустріли скептично визнані авторитети в галузі гідродинаміки – Джордж Ейрі й Джордж Стокс, які вважали, що хвилі при русі на великі відстані не можуть зберігати свою форму [2,8]. Для цього в них були всі підстави: вони виходили із рівнянь гідродинаміки, загальноприйнятих на той час.

Остаточну ясність у проблему внесли голландський вчений Дидерик Йоханнес Кортевег та його учень Густав де Вріз. У 1895 році, через тринадцять років після смерті Рассела, вони знайшли точне рівняння, хвильові розв'язки якого повністю описують процеси, що спостерігаються.

Постановка задачі. Розглянути приклади усамітнених (відокремлених) хвиль, які можна описати нелінійними диференціальними

рівняннями типу $\sin$ -Гордона і Кортвега-де Вріза, та навести приклад впровадження солітонів при моделюванні механічних пристроїв.

Основна частина. Хвилі Кортвега-де Вріза мають несинусоїдальну форму й стають синусоїдальними тільки у випадку, коли їхня амплітуда дуже мала. При збільшенні довжини хвилі вони набувають вигляд далеко рознесених горбів, а при дуже великій довжині хвилі залишається лише один горб, що і відповідає «відокремленій» хвилі. Отже, звичайна хвиля має форму правильної синусоїди (рис. 1а). Нелінійна хвиля Кортвега-де Вріза виглядає як послідовність далеко рознесених горбів, розділених слабо вираженою западиною (рис. 1б). При дуже великій довжині хвилі від неї залишається тільки один горб – «відокремлена» хвиля, тобто солітон (рис. 1в).

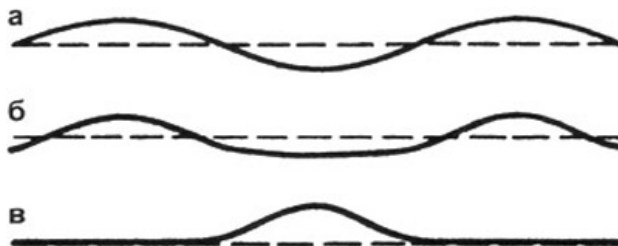


Рис. 1. Різновиди хвиль на поверхні води

На рис. 2 наведено «сценарій» поведінки нелінійної хвилі на поверхні води при відсутності дисперсії [3]. Її швидкість не залежить від довжини хвилі, але збільшується з ростом амплітуди. Гребінь хвилі рухається швидше, ніж підшва, фронт стає все крутішим, і хвиля перекидається. Але відокремлений горб на воді можна представити у вигляді суми складових з різною довжиною хвилі. Якщо середовище має дисперсію, довгі хвилі в ньому побіжать швидше, ніж короткі, вирівнюючи крутість фронту. У певних умовах дисперсія повністю компенсує вплив нелінійності, і хвиля буде довго зберігати свою первісну форму – тобто утвориться солітон. Тобто солітон виникає «на стику» нелінійності й дисперсії, що компенсують один одного.



Рис. 2. Утворення форми солітона з періодичної морської хвилі [3]

Швидше за все буде рухатися вершина горба, і в деякий наступний момент його передній фронт стане крутіше. Крутість фронту збільшується,

і з часом відбудеться «перекидання» хвилі. Подібне перекидання хвиль можна спостерігати у вигляді прибою на морському березі.

Одна з дивних властивостей «відокремлених» хвиль полягає в тому, що вони багато в чому подібні до часток. Так, при зіткненні двох солітонів вони не проходять один через одного, як звичайні лінійні хвилі, а ніби відштовхуються один від одного подібно тенісним м'ячам.

На воді можуть виникати солітони й іншого типу, названі груповими, тому що їхня форма досить подібна із групами хвиль, які в реальності спостерігаються замість нескінченної синусоїдальної хвилі. Груповий солітон нагадує амплітудно-модульовані електромагнітні хвилі; його обвідною є несинусоїдальна крива, її форма описується більше складною функцією – гіперболічним секансом (рис. 3).

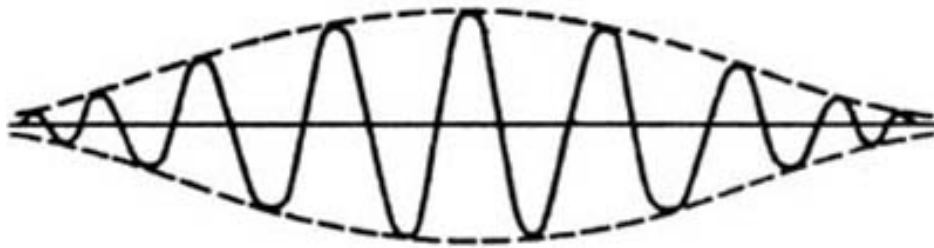


Рис. 3. Схема групового солітона

Швидкість такого солітона не залежить від амплітуди, і цим він відрізняється від КдВ-солітонів. Під обвідною звичайно перебуває не більше 14 – 20 хвиль (цуг, або хвильовий пакет) з однією довжиною хвилі, але з різною амплітудою, що поширюється як одне ціле, зберігаючи форму обвідної. Середня – найвища – хвиля в групі виявляється, таким чином, в інтервалі від сьомої до десятої; звідси відомий серед моряків вираз «дев'ятий вал», який має велику руйнівну силу.

На рис. 4 наведено деякі приклади прояву солітонів в механічних системах, описаннях нелінійним рівнянням типу $\sin$ -Гордона. В певній механічній системі збудження (коливання) передаватимуться завдяки пружному зв'язку між сусідніми елементами, в результаті чого по ланцюгу розповсюдиться солітон, описаний рівнянням $\sin$ -Гордона [4,5,7].

Наприклад, якщо у карданній передачі центральна частина обертається з непостійною кутовою швидкістю при наявності кутового зсуву поздовжньої осі вала. Тоді описати коливальну систему можна рівнянням $\sin$ -Гордона [1, 6, 8].

Існує багато прикладів механізмів утворення відокремлених хвиль – аналогів солітонів. Так, солітонна хвиля може утворитися в ланцюжку маятників, закріплених на струні й попарно з'єднаних пружинами, а також в ланцюжку карданних валів при наявності зазорів у вузлах їхніх з'єднань.

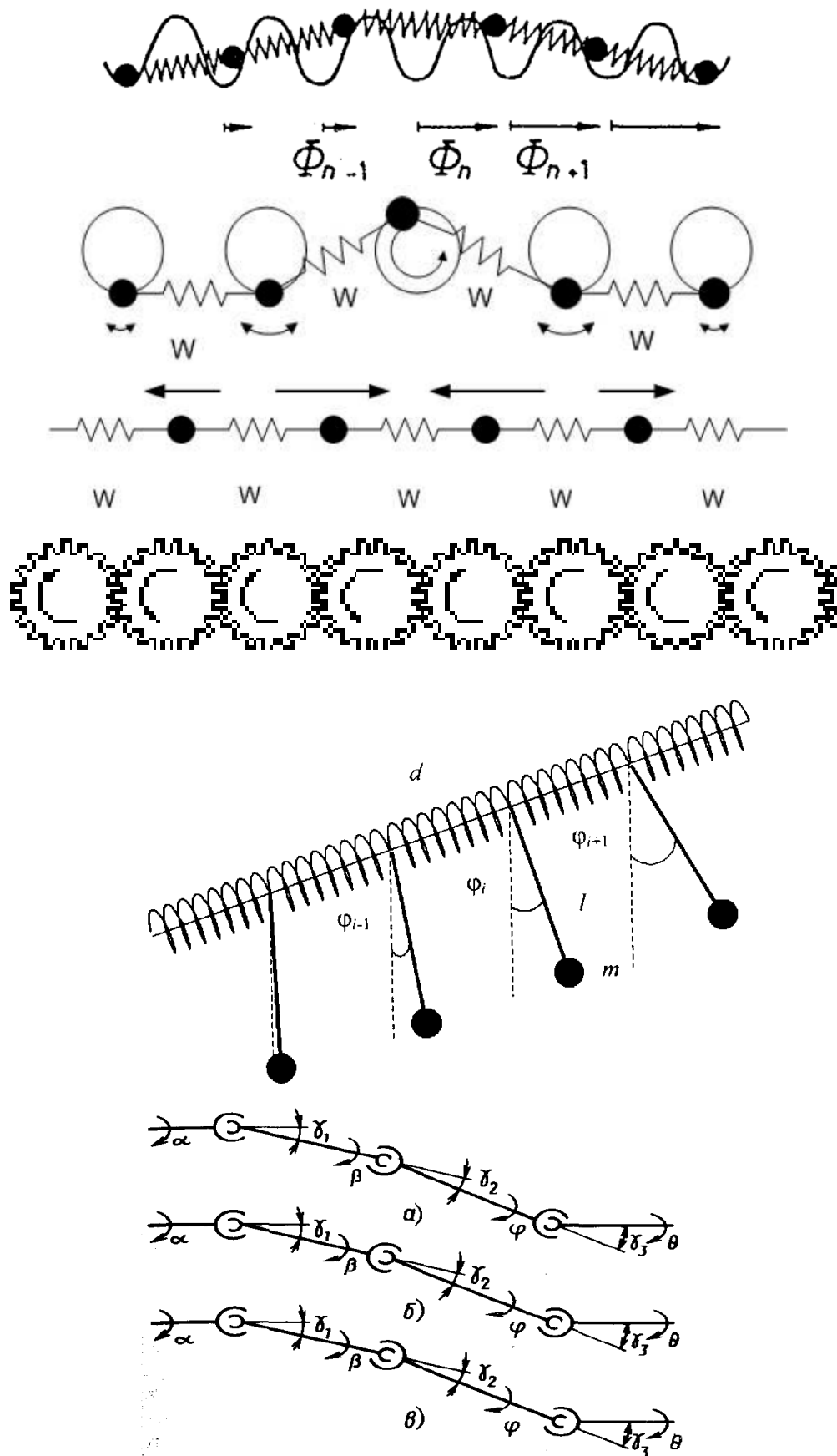


Рис. 4. Приклади механізмів, де можливе утворення аналогів усамітнених хвиль

Висновок. Наведені відомості про усамітнені (відокремлені) хвилі, дозволяють описати солітони нелінійними диференціальними рівняннями типу $\sin$ -Гордона і Кортевега-де Вріза, і розглянуто приклади їх впроваджень при моделюванні механічних пристроїв.

Література

1. Кудряшов Н. А. Нелинейные волны и солитоны / Н. А. Кудряшов // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – №2. – С. 85 – 91.
2. Солитоны в математике и физике / Ньюэлл А. Пер. с англ. И.Р. Габитова и др./ Михайлов А.В. ред. – Москва: Мир, 1989. – 323 с.
3. Голубев А. Солитоны. / Голубев А. // Наука и жизнь, № 11, 2001 г., С. 24 – 28.
4. Давыдов А.С. Солитоны в молекулярных системах. Изд. 2-е, испр., перераб. и доп./ Давыдов А.С. АН УССР. Ин-т теорет. физики – Киев: Наук. думка, 1988. – 303 с.
5. Филиппов А.Т. Многоликий солитон. – (Б-чка "Квант" Вып.48) / Филиппов А.Т. Москва: Наука, 1986. – 224 с.
6. Юркевич В.Э. Физика солитонов / Юркевич В.Э., Ролов Б.Н.; Рост. н/Д гос. пед. ин-т – Ростов н/Д: Рост. ун-т, 1985. – 191 с.
7. Электронный ресурс. Режим доступа http://www.mpi-pks-dresden.mpg.de/~andreyu/solitons/collision/pendulum/pendulum_r.html
8. Дмитриев П.Е. Теория солитонов в работе карданных передач. Электронный ресурс. Режим доступа http://www.nntu.nnov.ru/RUS/NEWS/futuretechnology/s4p1_05.rtf.

ПОНЯТИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН И МЕТОДЫ ИХ ОПИСАНИЯ

Г.В.Морозова

Приведены некоторые сведения об уединенных (отделенных) волнах (называемые солитонами), которые можно описать нелинейными дифференциальными уравнениями типа $\sin$ -Гордона или Кортевега-де Вріза, и рассмотрены примеры их внедрения при моделировании механических устройств.

CONCEPT OF LONELY WAVES AND METHODS OF THEIR DESCRIPTION

G. Morozova

Some data on the lonely (separated) waves (called by solitons) which can be described the nonlinear differential equations like Sin-Gordon or Korteweg-de Vries are provided, and examples of their introduction are reviewed when modeling mechanical devices.