## УДК 539.3

**В.В. Гайдайчук,** д-р техн. наук **О.І. Борщ** 

# КОЛИВАННЯ КРУЖЛЯННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН

Розглянута задача про згинні коливання конструкції низу бурильної колони, що обертається, під дією прикладеного до долота моменту сил тертя (різання). Виконано аналіз механізму самозбудження коливань. Показано, що сформований момент являється неконсерватвним і є основним джерелом динамічної нестійкості системи. Побудовано форми згинних рухів конструкції низу бурильної колони при різних значеннях характерних параметрів.

Вступ. Освоєння техніки і технології буріння глибоких нафтових і газових свердловин є однією з найбільш важливих задач сучасного гірничого виробництва. Домінуюче становище в цій технології займає роторний спосіб. З його допомогою освоєна технологія промислового буріння свердловин, глибина яких перевищує 6 км і ставиться задача проходки свердловин до 7 км і більше. Режими їх проходки можуть супроводжуватися ефектами генерування згинних вібрацій колон і їх інтенсифікацією у випадках рівності частот власних коливань колони та кутової швидкості її обертання. При цьому важливим виявляється не лише встановлення критичних значень характерних параметрів буріння (швидкостей обертання колони, величин поздовжніх сил, крутних внутрішніх потоків рідини), моментів i швидкостей при яких починаються інтенсивні коливання, але також і визначення форм коливань, знання яких дозволило б знаходити види контактної взаємодії долота і колони зі стінкою свердловини і обчислювати реакції цих взаємодій.

Тому при видобутку палива з великих глибин підвищення ефективності буріння вертикальних свердловин роторним способом тісно пов'язане з проблемами виявлення критичних режимів функціонування бурильних колон і з розробкою заходів щодо зниження їх негативного впливу на технологічний процес. Одним з таких динамічних явищ являється збудження так званих коливань кружляння ("whirling"), викликаних взаємодією долота зі стінкою свердловини, пов'язаних з його перекосами [4,7,8].

Зазначені явища можуть призводити до аварійних ситуацій, що супроводжується обривом труби бурильної колони (БК), прихваткою різального інструменту в зоні різання породи та затиранням ділянок БК в породу, відхиленням осі свердловини від вертикалі і її незапланованим викривленням [6], а також викривленням кругової форми перерізу свердловини, втратою стійкості її стінок та їх обваленням.

Одна з основних труднощів, що виникають в процесі буріння, обумовлена можливістю появи нештатних ситуацій, викликаних критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань конструкції низу бурильної колони (КНБК). До них відносяться критичні згинні випинання бурильної колони [2,5] і її вібрації, що включають одночасно кілька різних коливальних явищ [1,9], що ускладнює виділення кожного і не дозволяє оцінити та пояснити їх механізми.

Виходячи з напрямку вібраційного руху, можна виділити три основні типи коливань низу БК: осьові, крутильні і згинні. Осьові (поздовжні) коливання БК призводять до багаторазових припинень контакту долота з дном свердловини (відскоку), що чергується з їх ударними контактними взаємоліями. Крутильні коливання виникають результаті в самозбудження при зривній фрикційній взаємодії долота зі стінкою свердловини. Зазвичай в автоколивальних системах з сухим тертям можна виділити дві фази. В одній з них долото прихоплюється стінкою свердловини і знаходиться в нерухомому стані (в теорії автоколивань - у стані "залипання"). В іншій фазі долото відривається від стінки свердловини і зі збільшеною кутовою швидкістю ковзає вздовж неї.

Проте найбільш складний механізм мають згинні коливання низу БК, викликані дією на долото нормальних і дотичних сил контактної та фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини, які змінюються за часом. У цьому випадку геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, обганяючи або відстаючи від обертального руху самої колони. Схожі рухи здійснюють під дією гіроскопічних сил інерції гіроскоп або ротор центрифуги пральної машини старої конструкції. У механіці вони отримали назву прецесійних коливань. В роботах [3,4,7,8] зазначається, що описаний вище рух центру долота має іншу природу. Він вивчався на досить спрощених фізичних і математичних моделях та отримав назву "whirling" – кружляння. Оскільки автори даної роботи не знайшли у відповідній україномовної та російськомовної літератури описання цього ефекту і його назви, тому для його визначення використовується термін "коливання кружляння", або просто "кружляння".

Відзначимо, що в теорії валів, що обертаються, для запобігання прецесійних коливань велика увага приділяється питанням їх балансування і самоцентрування. Проте в теорії буріння завданням виключення коливань кружляння відводиться менше уваги. Основна причина цього полягає в тому, що згинні переміщення долота і нижньої частини БК обмежені поверхнею стінки свердловини. З одного боку, це

стабілізує рух системи, з іншого - ускладнює характер коливань і постановку задачі. Як показують експерименти і натурні спостереження, в деяких випадках центр долота починає рухатися по доволі складним траєкторіям, що нагадують багатопелюсткову квітку, з утворенням на поверхні стінки свердловини системи жолобів, неприпустимих за технічними умовами буріння [3,4,7]. Явище збудження згинних коливань кружляння низу бурильної колони є однією з найбільш вагомих причин порушення геометричної точності запланованої траєкторії прямолінійної або криволінійної сверлловини і виникнення ïï геометричних недосконалостей. Цей розділ нашої роботи присвячений проблемі комп'ютерного моделювання ших ефектів та ïχ теоретичного передбачення.

Питання математичного моделювання безпосередньо коливань кружляння долота на кінці БК, що обертається, вивчалися в роботах [3,4,7,8]. В них долото замінюється плоским круговим диском, що обертається відносно своєї осі, прикріпленої двома пружинами до нерухомих точок. Диск може здійснювати плоскі рухи всередині кругового отвору великого діаметру, вступаючи при цьому в контактну і фрикційну взаємодію з його стінкою. Інтегрування побудованої системи двох звичайних диференціальних рівнянь, що описують рух розглянутого нелінійного осцилятора з двома ступенями свободи, здійснюється чисельно. Причому, коливаннями кружляння називаються лише такі коливання, при яких центр диску (долота) здійснює кругові рухи відносно центру стержня (центру обертання). Показано, що центр диску в цій моделі рухається по досить складним кривим.

Аналізуючи результати досліджень у зазначених публікаціях, можна відзначити, що вони навряд чи відображають реальний механізм виникаючих явищ, оскільки отримані на основі досить абстрактних моделей, які слабо відображають особливості протікаючих динамічних процесів. По-перше, це пов'язано з істотною складністю цих процесів, що ускладнює розробку їх адекватних моделей. По-друге, складною є конструкція низу бурильної колони, що складається з багатоопорної пружної балки, що обертається, з консольною ділянкою, на кінці якої приєднано долото. Воно може мати різну конструкцію залежно від міцності скельної породи і сили його тиску на дно свердловини. По-третє, складність моделі обумовлена складністю діючих на долото навантажень, серед яких слід виділити неконсервативний крутний момент (момент різання чи фрикційний момент), осьову силу тиску долота на дно свердловини, нормальні і дотичні сили контактної взаємодії при перекосах долота і відхиленнях осі долота від осі свердловини, а також, хоча і порівняно малі, але здатні здійснювати певний вплив, відцентрові і коріолісові сили обертального руху системи.

Зазначені фактори призводять до складних динамічних ефектів, які можуть супроводжуватися порушенням згинних коливань нижньої консольної ділянки колони і перекосами долота, що приводять до розширення свердловинного отвору, виникнення кільцевого зазору між поверхнями долота і стінки свердловини.

Постановка задачі про коливання кружляння і розв'язні співвідношення. При постановці задачі про моделювання початкового етапу збудження коливань кружляння долота представимо конструктивну схему бурильної колони у вигляді багатопрольотної нерозрізаної трубчастої балки довжиною L, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ . Роль додаткових опор у нижній частині БК грають центруючі пристрої, що встановлюються для забезпечення необхідної жорсткості конструкції в зоні буріння, яка піддається дії поздовжньої сили стискання  $\vec{R}$  від



Рис. 1. Схема пружного згинання нижніх прольотів бурильної колони

реакції взаємодії долота і дна свердловини (рис. 1, *a*). Ha нижньому кінці БК має консольну ділянку довжиною е, до якої приєднано долото. Оскільки найбільш інтенсивні згинні коливання системи місце мають в нижньому прольоті БК і в її консольній частини, для спрощення задачі (як і в більш спрощеній постановці) будемо нехтувати впливом верхньої частини БК на динамічний процес, умовно відділимо нижній проліт АВ з BC консоллю від решти частини (рис. 1, б) і приймемо, що в точці А реалізуються граничні умови шарнірного обпирання, в точці С – умови контактної взаємодії долота і лна свердловини. Для постановки задачі і виведення розв'язних рівнянь введемо

нерухому систему координат OXYZ і пов'язану з БК, що обертається,

систему Oxyz з ортами  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Початки обох систем співпадають і знаходяться в точці A. Осі OZ і Oz спрямовані вздовж осі труби БК. Введемо також жорстко пов'язану з тілом долота систему координат  $Cx_1y_1z_1$ , осі якої  $Cx_1$ ,  $Cy_1$ ,  $Cz_1$  в недеформованому стані паралельні осям Ox, Oy, Oz, відповідно, а при пружному згинанні консолі повертаються разом з долотом.

Вважаємо, що всі пружні переміщення та кути поворотів малі, тому задача розглядається в лінеаризованій постановці.

Двопрольотна балка ABC, що обертається, попередньо напружена крутним моментом  $M_z = -M^f$  і поздовжньою стискаючою силою T = -R. Всередині труби БК міститься промивна рідина, яку будемо враховувати як приєднану масу. Коливання балки будемо вивчати в системі Oxyz, що обертається. Відносно цієї системи рух кожного елемента БК являється складним, тому при коливаннях на нього діють сили інерції відносного і переносного рухів, а також коріолісови сили інерції.

Рівняння динамічного згинання БК при наявності зазначених факторів мають вид [1-3]

$$EI\frac{\partial^{4}u}{\partial z^{4}} - T\frac{\partial^{2}u}{\partial z^{2}} - M_{z}\frac{\partial^{3}v}{\partial z^{3}} - \left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\omega^{2}u - 2\left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\omega\frac{\partial v}{\partial t} + \left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\frac{\partial^{2}u}{\partial t^{2}} = 0;$$

$$EI\frac{\partial^{4}v}{\partial z^{4}} - T\frac{\partial^{2}v}{\partial z^{2}} + M_{z}\frac{\partial^{3}u}{\partial z^{3}} - \left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\omega^{2}v - 2 + 2\left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\omega\frac{\partial u}{\partial t} + \left(\rho_{c}F_{c} + \rho_{p}F_{p}\right)\frac{\partial^{2}v}{\partial t^{2}} = 0.$$
(1)

3 урахуванням прийнятих припущень крайові умови на опорі A(z=0) представимо у вигляді

$$u_A = v_A = 0, \quad \partial^2 u / \partial z^2 \Big|_A = \partial^2 v / \partial z^2 \Big|_A = 0.$$
 (2)

На опорі B(z=l) маємо умови рівності нулю прогинів

$$u_B = v_B = 0. ag{3}$$

Для виведення граничних умов на краю z = l + e, як зазначено вище, будемо вважати, що процес збудження коливань кружляння лише починається, зазор між долотом і стінкою свердловини ще не утворився, тому прогини дорівнюють нулю

$$u_C = v_C = 0. \tag{4}$$

Другу групу граничних рівнянь сформулюємо, використовуючи рівняння Ейлера руху долота як твердого тіла відносно жорстко пов'язаних з ним осей  $Cx_1$ ,  $Cy_1$ ,  $Cz_1$ . Для цього умовно відділимо долото від БК і випишемо рівняння його рухи навколо нерухомої точки C під дією всіх доданих до нього моментів [10]:

$$\frac{dK_C}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{K}_C = \vec{M}_C^{ex}, \qquad (5)$$

де  $\vec{K}_C = K_{x_1}\vec{i}_1 + K_{y_1}\vec{j}_1 + K_{z_1}\vec{k}_1$  – вектор моменту кількостей руху долота відносно точки C;  $\vec{\Omega}$  – вектор кутової швидкості рухомої системи координат  $Cx_1y_1z_1$ ;  $\vec{M}_C^{ex}$  – момент всіх зовнішніх сил, прикладених до долота; знак ~ над d позначає символ локального диференціювання в рухомій системі  $Cx_1y_1z_1$ .

Слід мати на увазі, що, як зазначено вище, кути пружних поворотів осей  $Cx_1$ ,  $Cy_1$  малі і тому становлять відповідно,  $u'_C$  і  $v'_C$ . Нагадаємо також, що кути поворотів, кутові швидкості і моменти вважаються додатними, коли вони представляються направленими проти ходу годинникової стрілки, якщо дивитися з кінця відповідної осі. Тоді вектор  $\overline{\Omega}$  можна представити у вигляді

$$\vec{\Omega} = \omega_{x_1}\vec{i}_1 + \omega_{y_1}\vec{j}_1 + \omega_{z_1}\vec{k}_1 = -\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z}\vec{i}_1 + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial z}\vec{j}_1 + \omega\vec{k}_1.$$
 (6)

В результаті маємо

$$K_{x_1} = -J_{x_1} \dot{v}'_C, \quad K_{y_1} = J_{y_1} \dot{u}'_C, \quad K_{z_1} = J_{z_1} \omega.$$
 (7)

Підставивши праві частини рівності (6), (7) у векторне рівняння (5) і виконавши операції його проектування на осі  $Cx_1$ ,  $Cy_1$ ,  $Cz_1$ , отримаємо систему трьох скалярних динамічних рівнянь Ейлера, що описують динаміку твердого тіла. Нас цікавлять два перших рівняння цієї системи

$$-J_{x_{1}}\ddot{v}_{C}' + (J_{z_{1}} - J_{y_{1}})\omega\dot{u}_{C}' = M_{x_{1}}^{ex},$$
  

$$J_{y_{1}}\ddot{u}_{C}' - (J_{x_{1}} - J_{z_{1}})\omega\dot{v}_{C}' = M_{y_{1}}^{ex}.$$
(8)

Для їх замикання необхідно знати компоненти  $M_{x_1}^{ex}$ ,  $M_{y_1}^{ex}$  моменту  $\vec{M}_C^{ex}$  зовнішніх сил. Він складається з моменту сил пружності  $\vec{M}^{el}$ ; моменту сил різання  $\vec{M}^f$ ; моменту  $\vec{M}^R$  від зміщення точки прикладання реакції  $\vec{R}$  на дні свердловини вздовж осей  $Cx_1$ ,  $Cy_1$  при перекосах долота; моменту дисипативних сил  $\vec{M}^d$ .

$$\vec{M}^{el} = EI \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \Big|_C \vec{i}_1 - EI \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \Big|_C \vec{j}_1.$$
(9)

Моменти  $M_x^f$ ,  $M_y^f$ , викликані дією моменту різання  $\vec{M}^f$  при перекосі долота, визначаються в першу чергу, його конструкцією. У стані, коли пружна вісь БК суворо вертикальна і вісь  $Cz_1$  співпадає з віссю Cz, момент  $\vec{M}^f$  колінеарний з ортом  $\vec{k}$  і  $M_{x_1}^f = M_{y_1}^f = 0$ . Проте при згинанні БК долото повертається відносно осей  $Cx_1$ ,  $Cy_1$  і, залежно від його форми і конструкції, момент  $\vec{M}^f$  при малих кутах повороту може змінюватися або залишатися постійним в інерціальній системі Oxyz. Розглянемо більш простий випадок, коли  $\vec{M}^f = -M^f \vec{k} = \overline{const}$ . Тоді при перекосах долота його можна представити в системі  $Cx_1y_1z_1$  у вигляді

$$\vec{M}^{f} \approx -M_{z} u_{C}^{\prime} \vec{i}_{1} - M_{z} v_{C}^{\prime} \vec{j}_{1} + M_{z} \vec{k}_{1} = M^{f} u_{C}^{\prime} \vec{i}_{1} + M^{f} v_{C}^{\prime} \vec{j}_{1} - M^{f} \vec{k}_{1}.$$
 (10)

Момент  $\vec{M}^R$ , викликаний зміщенням точки прикладання реакції  $\vec{R}$ 



Рис. 2. Схеми можливих контактів долота з дном свердловини

на дні свердловини при перекосах долота. залежить віл його конструкції. Так. можуть бути випадки, коли при повороті долота олин і той же на кут точка прикладання сили  $\vec{R}$  по відношенню до її вихідного положення, може залишитися незмінною (рис. 2, а) або переміститися в одну (рис. 2, б) або в іншу сторону. У зв'язку з цим і

момент  $\vec{M}^R$  відносно точки C, викликаний реакцією  $\vec{R}$  може бути рівний нулю (рис. 2, *a*) або напрямлений в тому чи іншому напрямках (рис. 2, *б*), сприяючи подальшому перекиданню долота, або повертаючи його у вихідне положення. Тому, наприклад, для конструкції, представленої на рис. 2, *б*, складові моменту  $\vec{M}^R$  виявляються рівними

$$M_{x_1}^R = -Rh = -Rav_C', \quad M_{y_1}^R = Rh = Rau_C',$$
 (11)

де *h* і *a* – характерні геометричні параметри долота.

У розглянутій системі складною структурою володіють діючі на долото моменти  $M_{x_1}^d$ ,  $M_{y_1}^d$  від дисипативних сил, які сприяють гасінню коливань кружляння. В теорії лінійних коливань вважається, що

узагальнена сила дисипації пропорційна відповідній узагальненій швидкості і напрямлена в протилежну сторону. Тому можна прийняти

$$M_{x_1}^d = -k\omega_{x_1} = k\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z}, \qquad M_{y_1}^d = -k\omega_{y_1} = -k\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z}, \tag{12}$$

де k – коефіцієнт дисипації, який залежить від конструкції долота, фізичних властивостей скельної породи і промивної рідини, а також від величини реакції  $\vec{R}$ . На практиці він може бути визначений експериментально.

Підставивши отримані вирази для моментів (9) – (12) в рівняння (8) і виконавши деякі перестановки, отримаємо граничні рівняння на краю z = l + e

$$J_{y_{1}}\ddot{u}_{C}' + (J_{z_{1}} - J_{x_{1}})\omega\dot{v}_{C}' + EIu_{C}'' - M^{f}v_{C}' \mp Rau_{C}' + k\frac{\dot{u}_{C}'}{\sqrt{(\dot{u}_{C}')^{2} + (\dot{v}_{C}')^{2}}} = 0,$$

$$J_{x_{1}}\ddot{v}_{C}' - (J_{z_{1}} - J_{y_{1}})\omega\dot{u}_{C}' + EIv_{C}'' + M^{f}u_{C}' \mp Rav_{C}' + k\frac{\dot{v}_{C}'}{\sqrt{(\dot{u}_{C}')^{2} + (\dot{v}_{C}')^{2}}} = 0.$$
(13)

В них знаки  $\mp$  перед доданками  $Rau'_{C}$  і  $Rav'_{C}$  відповідають випадкам контакту долота з дном свердловини, представленим на схемах рис. 2,  $\delta$ .

Система розв'язних рівнянь (1) разом з додатковими рівняннями (2), (3), (13) в точках A, B, C складає триточкову крайову задачу динаміки трьохопорної балки, що обертається, з твердим тілом на опорі C. Вона повинна доповнюватися початковими умовами при t = 0, які визначають деякі початкові збурення.

Вид розв'язку системи (1), (2), (3), (13) значною мірою визначається структурою рівнянь (13). Умовно можна вважати, що перше з них служить для визначення змінної u(z,t), друге – для v(z,t). Проте ці рівняння пов'язані і разом з похідними від змінної  $u_{C}(z,t)$  в перше рівняння входять також похідні від  $v_C(z,t)$ , а в друге – похідні від  $u_{C}(z,t)$ . Завдяки зв'язку рівнянь, рухи вздовж осей  $Cx_{1}$  і  $Cy_{1}$  також виявляються залежними і їх форма набуває складного виду. Так, другі доданки  $(J_{z_1} - J_{x_1})\omega \dot{v}'_C$ ,  $-(J_{z_1} - J_{y_1})\omega \dot{u}'_C$ , що входять з різними знаками, обумовлені гіроскопічною взаємодією обертань долота відносно осей Сх<sub>1</sub>, Су<sub>1</sub>, що призводить до його прецесійних (обертальних) коливань. Оскільки гіроскопічні сили консервативні [1]. вони сприяють перекачування енергії від одного елемента до іншого і її перерозподілу, не збільшуючи її повної кількості. Тому з цими силами пов'язане лише ускладнення форми коливань без зростання їх амплітуди. Четверті складові  $-M^{f}v'_{C}$ ,  $M^{f}u'_{C}$  (що також входять з різними знаками) викликані неконсервативним характером "підкачки" енергії згинних коливань за рахунок заданого фрикційного моменту  $\vec{M}^{f}$ , вони сприяють порушенню коливань кружляння зі зростаючими амплітудами.

Якщо при деяких обраних початкових збуреннях і значеннях характерних параметрів низу бурильної клони розв'язки побудованої системи маю вигляд спадних функцій, то розглядуваний стан балки є стійким і коливання кружляння не порушується. Якщо амплітуди коливань зростають, то має місце їх самозбудження.

У даній роботі перевірка цього припущення робиться методом комп'ютерного моделювання.

Результати комп'ютерного моделювання коливань кружляння. Комп'ютерне моделювання коливань кружляння долота в уточненій постановці, основане на застосуванні двопрольотної моделі, проводилося шляхом розв'язування побудованих систем рівнянь (1), (2), (3), (13) за допомогою явної скінченно-різницевої схеми за часом. Крок інтегрування прийнятий рівним  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7} c$ . Відрізки *AB* і *BC* розбивалися на 41 і 4 скінченно-різницеві ділянки, відповідно. Інтегрування проводилося в проміжках часу від t = 0 до t = 100 c. В результаті інтегрування обчислювалися значення переміщень u(t), v(t) для всіх скінченнорізницевих вузлів і центру долота. Результати розрахунків наведені рис. 3–4.

Значення геометричних і механічних параметрів прольоту *AB* (рис. 1, б):  $l = 8 \, M$ ,  $r_1 = 0,09 \, M$ ,  $r_2 = 0,08 \, M$ ,  $E = 2,1\cdot1011 \, \Pi a$ . Довжина меншого прольоту *BC* вибрана рівною e = 1м. Досліджувані в системі 8 значення інерційних параметрів склали  $J_{x_1} = J_{y_1} = 5 \, \kappa e^{2/M^2}$ ,  $J_z = 3,5 \, \kappa e^{2/M^2}$ . Коефіцієнт k, який визначає момент сил тертя в системі (13), вибирався рівним  $k = \mu \cdot R \cdot r$ , де  $\mu = 0,2$  – коефіцієнт тертя, R – сила нормального тиску долота на дно свердловини,  $r = 0,2 \, M$  – радіус долота; величина a = 0,3M визначає відстань від точки *C* до точки дотику поверхні долота з дном свердловини (рис. 2, б).

Обчислення показали, що процес порушення коливань кружляння бурильної колони з відстанню e від центру опори до центру долота визначається сукупністю значень параметрів  $\omega$ ,  $M^f$ , T = -R по відношенню до їх критичних величин. Так, якщо значення параметрів  $\omega$ ,  $M^f$ , T = -R вибирати із закритичної області їх значень, то центр долота починає рухатися по спіральним траєкто-ріям з швидкою зміною значень пере-міщень u(t) та v(t). В рамках нелінеаризо-ваної постановки такі

## переміщення пряму-ють до нескінчен-ності, тому такі коли-вання можна



Рис. 3. Траєкторії руху центра долота в рухомій *Оху* (*a*) та нерухомій *ОХУ* (б) системах координат  $(M_{1}^{f} - 1, 10^{6} H_{2}) = 0, 10^{5} H_{2}$  (c)  $15^{-1}$ )

$$(M^{f} = 1 \cdot 10^{6} H \cdot M, R = 1 \cdot 10^{5} H, \omega = 15c^{-1})$$

такі коли-вання можна вважати нестійкими, а форми їх руху представлені на рис. 3.

Якшо поєднання їх величин не перевишують критичної комбінації, то вихідні збурення нав'язані системі v вигляді початкових прогинів приводять до простоколивань рових центру долота із складними траєкторіями, які потім, в результаті

дії сил дисипації, гасяться і відхилення u(t) та v(t) прямують до нуля. Відповідні цим станам форми руху центра долота в системах координат Oxy, що обертається разом з БК, та нерухомій OXY наведені на рис. 4.

Підкреслимо, шо всі наведені розрахунки отримані на основі лінеаризованої постановки залачі і в нестійких станах відобралише тенденцію жають зростання амплітуд коли-Для аналізу pyxy вань. розвинених системи при коливаннях необхідно використовувати нелінійні рівняння. Така задача, однак, в дисертації не ставилася.





$$(M^{f} = 5 \cdot 10^{4} H \cdot M, R = 1 \cdot 10^{6} H, \omega = 5c^{-1})$$

В підсумку відмітимо, що в роботі розглянута задача про якісний аналіз згинних коливань кружляння (whirling vibration) конструкції низу бурильної колони, яка обертається, під дією прикладеного до долота моменту сил тертя (різання). Виконано моделювання процесу самозбудження коливань. Показано, що сформований момент контактної взаємодії долота з дном свердловини являється неконсервативним. Підтверджено відомий в науковій літературі факт, що він є основним джерелом динамічної нестійкості системи. Встановлено, що при самозбудженні коливань кружляння, центр долота може рухатися по гладким спіральним траєкторіям або траєкторіям типу «багатопелюсткових квіток», які представляють собою, на думку спеціалістів, найбільшу небезпеку в практиці буріння.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. Борщ Е.И., Ващилина Е.В., Гуляев В.И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2009. – №2. – С.143 – 149.
- Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Соловьев И.Л., Горбунович И.В. Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения // Проблемы прочности. – 2006. – № 5. – С.109 – 119.
- Гуляев В. И., Худолий С. Н., Борщ Е. И. Колебания кружения конструкции низа бурильной колонны // Проблемы прочности. – 2010. – №6. – С.13 – 25.
- Christoforou A.P., Yigit A.S. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
- Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – V.67. – P.140–148.
- Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
- Jansen J.D. Wirl and chaotic motion of stabilized drill collars // SPE Drilling Engineering. 1992. – 7(2). – P.107 – 114.
- Leine R.I., Van Campen D.H., Keulties W.J.G. Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics // Journal of Vibration and Acoustics. – 2002. – V.124, April. – P.209 – 220.
- Michael J. Jellison, R. Brett Chandler, Mike L. Payne, Jeff S. Shepard. Ultradeep drilling pushes drillingstring technology innovations // SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, 11-14 March 2007, Kingdom of Bahrain. – P.38 – 46.

Стаття надійшла до редакції 10.02.2011 р.

### Гайдайчук В.В., Борщ Е.И.

### КОЛЕБАНИЯ КРУЖЕНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН

Рассмотрена задача об изгибных колебаниях конструкции низа вращающейся бурильной колонны под действием приложенного к долоту момента сил трения (резания). Выполнен анализ механизма самовозбуждения колебаний. Показано, что формируемый момент является неконсервативным и представляет собой основной источник динамической неустойчивости системы. Построены формы изгибных движений конструкции низа бурильной колонны при различных значениях характерных параметров.

Gaydaychuk V.V., Borshch E.I.

### WHIRL VIBRATIONS OF DRILLSTRINGS

The problem about bending vibrations of bottom hole assembly under action of a friction moment applied to the bit is considered. The analysis of vibration self-excitation mechanism is performed. It is shown that the generated moment is not conservative and it is the main reason of the system dynamic instability. The modes of bottom hole assembly whirling are constructed for different values of characteristic parameters.