УДК 556.0726.532.546+72

Г. М. Кононенко, *канд. техн. наук*
Київський національний університет
будівництва і архітектури

МЕТОДИ ОЦІНКИ ЗНАЧЕНЬ КОЕФІЦІЄНТІВ МІЖФАЗОВОГО ТЕПЛООБМІНУ І МАСООБМІНУ

Нестаціонарний тепломасообмін при фільтрації води в тріщинувато-пористому середовищі суттєво відрізняється від тепломасообміну в природних пористих пластах. Тому припущення про однорідність середовища в гідро-динамічному і термічному сенсі може бути невиправданим при дослідженні цих процесів в пластах, коли окремі куски (блоки) порід в зоні фільтрації можуть досягати значних розмірів. В цьому випадку треба враховувати вплив скінченності швидкості теплообміну (масообміну) між окремими блоками і водою на теплові і гідродинамічні поля, що пов'язано з необхідністю розгляду такі пласти, як бікомпонентну систему “скелет-вода”.

Враховуючи, що вірогідні дані про конфігурацію систем тріщин в пласті відсутні, бажано нестаціонарний теплогідродинамічний режим в таких пластах вивчати шляхом гомогенізіції гетерогенної системи [1,2], тобто введенням осереднених характеристик середовища і руху, причому осереднення має здійснюватись по об'ємах більших порівняно з розмірами окремих блоків.

Вважаючи, що обмін рідиною між частинами кожного компонента відповідає закону Дарсі, тепло поширюється за законом Фур'є, а в рідині, крім того, ще й конвекцією, та припускаючи, що кількість рідини q_p й тепла q_T при тепломасообміні між частинками двох компонентів усередині об'єму V є додатною монотонною функцією різниці середніх температур фаз $T_2 - T_1$ (при $T_2 \geq T_1$) і тисків $P_2 - P_1$ (при $P_2 \geq P_1$), можна вважати, що

$$q_T = \alpha(T_2 - T_1), \quad q_P = \alpha_1(P_2 - P_1), \tag{1}$$

де α і α_1 – відповідно коефіцієнт міжфазового теплообміну і масообміну; індекси “1” і “2” відносять відповідну величину до рідкої і твердої фаз.

Очевидно, що при формулюванні математичної постановки термогідродинамічної задачі необхідна оцінка значень коефіцієнтів α і α_1.

Розглянемо довільний об'єм V тріщинуватого пласта, складеного з блоків стандартної форми (плити, циліндри, кулі), еквівалентний діаметр яких $2R$ і об'єм $(1-n)V$ і які знаходяться в тепловій рівновазі з рідиною, що заповнює тріщини об'ємом nV (n – пористість). Припустимо, що в початковий момент рідина охолоджується з постійною швидкісю b (К/с), тобто температура води є лінійною функцією часу $T_B(t)=T_0-bt$. (T_0 – початкова температура пласта). Вважаючи, що теплообмін між поверхнею блоків і рідиною відповідає закону Ньютона, математична модель процесу має вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a^2\frac{1}{r^\Gamma}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^\Gamma\frac{\partial T}{\partial r}\right)\qquad \text{при}\qquad 0<r<R;$$

$$T(r,0)=T_0;\qquad \frac{\partial T(0,t)}{\partial r}=0;\qquad \alpha\left[\left(T_0-bt\right)-T\left(R,t\right)\right]=\frac{\partial T\left(R,t\right)}{\partial r},$$

де параметр форми тіла Г= 0, 1, 2 – відповідно для блоків у вигляді плит, циліндрів і куль.

Розв'язок цієї задачі можна записати так [3]:

$$\frac{\overline{\theta}(Fo)}{Pd}=Fo-A_\Gamma(Bi)+\sum_{n=1}^{\infty}B_n/\mu_n^2\exp\left(-\mu_n^2 Fo\right),$$

де $A_\Gamma(Bi)=\dfrac{1+(\Gamma+3)/Bi}{(\Gamma+1)(\Gamma+3)}$; $Pd=\dfrac{bR^2}{a(T_B-T_0)}$; $\overline{\theta}(Fo)=\dfrac{T_0-\overline{T}(t)}{T_0}$; $Fo=\dfrac{at}{R^2}$;

$$\overline{T}(t)=\frac{1}{V}\int_{(V)}TdV;\qquad a^2=\lambda_2/c_2\rho_2;\qquad Bi=\frac{\alpha R}{\lambda_2}.$$

Втрату тепла блоками на нагрівання води знайдемо з виразу

$$Q=c_2\rho_2(1-n)V\left[\overline{T}(t)-T_0\right].$$

Оскільки

$$\theta_B = \frac{T_0 - T_B(t)}{T_0} = 1 - Pd\,Fo,$$

то $\quad T_B(t) = T_0 - T_0(1 - Pd\,Fo)\quad$ або $\quad T_B(Fo) = T_0 Pd\,Fo\quad$ і

$$\overline{T}(Fo) - T_0 = T_0 Pd\left(Fo - A_\Gamma(Bi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)\right).$$

Питома втрата тепла на нагрівання води складе

$$q = \frac{dQ}{dt} = c\rho(1-n)V\frac{d}{dt}\left[Fo - A_\Gamma(Bi) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)\right] =$$

$$= \frac{(1-n)V\lambda_2}{R^2} T_0 Pd\left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)\right). \qquad (2)$$

З другого боку, вводячи коефіцієнт міжфазового теплообміну, це тепло представимо так:

$$q = \alpha V[\overline{T}(t) - T_B(t)] = \alpha V T_0 Pd\left(A_\Gamma(Bi) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)\right). \quad (3)$$

Прирівнюючи вирази (2) і (3), одержимо співвідношення

$$k^* = \frac{\alpha R^2}{(1-n)} = \frac{1 - \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)}{A_\Gamma(Bi) - \sum_{n=1}^{\infty} B_n / \mu_n^2 \exp\left(-\mu_n^2 Fo\right)},$$

яке при $Fo \geq Fo_1$ і $Bi = \alpha_\Pi R / \lambda_2 >> 1$ (α_Π – коефіцієнт тепловіддачі від поверхні блоків рідині) прийме простий вигляд [4, 5]

$$k^* = \frac{Bi_V}{1-n} = (\Gamma + 1)(\Gamma + 3), \qquad (4)$$

де $\quad Bi_V = \dfrac{\alpha R^2}{\lambda_2}$ – об'ємне число Біо.

Отже, для блоків у вигляді стандартних тіл при квазістаціонарному режимі (починаючи з певного значення числа $Fo \geq Fo_1$) параметр k^* приймає для плит, циліндрів і куль відповідно значення 3, 8 і 15. В праці [6] доведено, що цей показник для плит не може бути меншим значення $\pi^2/4$.

Для прогнозу динаміки значень k^* на досить довгому проміжку часу розглянемо дві математичні моделі, в одній з яких використовується лінійний закон міжфазового теплообміну, а в другій розглядається нестаціонарний конвективний теплоперенос при фільтрації води при експлуатації двох різно-іменних свердловин в чисто тріщинуватому пласті, який складається з матриці непроникних блоків стандартної форми.

При лінійному міжфазовому теплообміні при $\alpha = const$ і двовимірному русі рідини задача для пошуку середніх температур фаз має вигляд

$$c_1\rho_1 n\frac{\partial T_1}{\partial t} = \alpha(T_2 - T_1) - c_1\rho_1\vec{v}gradT_1 ,$$

$$c_2\rho_2(1-n)\frac{\partial T_2}{\partial t} = -\alpha(T_2 - T_1),$$

$$T_1\Big|_{\hat{z}_H} = T_B; \quad T_1\Big|_{t=0} = T_2\Big|_{t=0} = T_0 ,$$

де $\hat{z}_H$ – контур нагнітання; $\vec{v} = v_X\vec{i} + v_Y\vec{j}$.

Якщо відома гідродинаміка течії (поле швидкостей фільтрації води, геометрично або аналітично задані лінії течії), то

$$\theta_1 = \exp(-\xi - \tau)I_0\left(2\sqrt{\xi\tau}\right) + \theta_2 ,$$

$$\theta_2 = \exp(-\xi)\int_0^{\tau}\exp\left(-\tau^*\right)I_0\left(2\sqrt{\xi\tau^*}\right)d\tau^* ,$$

де $\xi = \dfrac{\alpha t^*}{c_1\rho_1}$; $\xi_2 = \dfrac{\alpha t}{c_2\rho_2(1-n)}$; $\tau = \dfrac{\alpha}{c_2\rho_2(1-n)}\left(t - nt^*\right)$; $t^* = \displaystyle\int_{\hat{z}_H}^{\hat{z}}\frac{d\hat{z}^*}{v_{\hat{z}^*}}$;

$C = f(x,y)$ – рівняння лінії течії; $v_{\hat{z}} = \left(v_Y - \hat{z}v_X\right)/ f^{-1}\left(C,\hat{z}\right)$ – швидкість вздовж лінії течії; для плоскої течії з постійною швидкістю v_X $t^* = \dfrac{x - x_H}{v_X}$, для плоскорадіальної течії $t^* = \dfrac{r^2 - r_H^2}{Q/(\pi m)}$; для трубки течії $t^* = \dfrac{V_i}{Q_i}$. Тут x – відстань між контуром нагнітання і розрахунковою точкою; r – розрахунковий радіус; Q – витрата на контурі нагнітання; Q_i, V_i – відповідно витрата трубки течії і розрахунковий її об'єм; m – потужність пласта.

При нестаціонарному конвективному теплопереносі в чисто тріщинуватому пласті розглянемо таку задачу:

$$c_2\rho_2 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda_2}{z^{\Gamma}} \frac{\partial}{\partial z}\left(z^{\Gamma} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad \text{при} \quad 0 < z < R;$$

$$c_1\rho_1 n \frac{\partial T}{\partial t} = -c_1\rho_1 \vec{v} grad T - \lambda_2 \frac{(\Gamma+1)(1-n)}{R} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{при} \quad z = R,$$

$$T\Big|_{\hat{z}_H, z=R} = T_B; \quad T\Big|_{t=0} = T_0; \quad \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0,$$

де $\quad T = T_1$ при $z = R$ і $T = T_2$ при $0 < z < R$.

Ввівши змінні $\xi_1 = \dfrac{\lambda_2(1-n)}{c_1\rho_1 R^2} t^*$ і $\tau_1 = \dfrac{\lambda_2}{c_2\rho_2 R^2}\left(t - nt^*\right)$, для безрозмірної температури води при $\Gamma = 0$ одержимо вираз

$$\theta_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi_1 z A}{2} \right) \sin\left(\frac{\tau_1 z^2 - \xi_1 z B}{2} \right) \frac{dz}{z},$$

де $\quad A = \dfrac{shz - \sin z}{chz + \cos z}; \quad B = \dfrac{shz + \sin z}{chz + \cos z}.$

Знайшовши значення середньої температури блоків θ_{2C} і $\dfrac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}}\Big|_{\bar{z}=1}$, за формулою

$$k^* = \frac{Bi_V}{1-n} = \frac{\left.\dfrac{\partial \theta_2}{\partial \bar{z}}\right|_{\bar{z}=1}}{\theta_1 - \theta_2}$$

можна знайти значення коефіцієнта міжфазового теплообміну α. На рис. 1 приведена динаміка середнього значення параметра k^* в зоні змінних температур в залежності від змінної ξ_1.

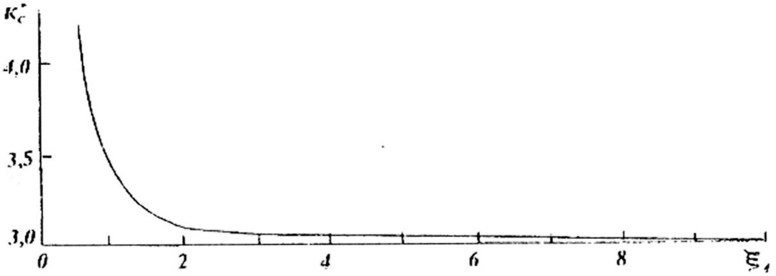

Рис. 1. Характер зміни $k_C^* = (Bi_V / 1 - n)_C$ в залежності від параметра ξ_1

Наведені результати свідчать про те, що середнє значення параметра k^* із збільшенням змінної ξ_1 асимптотично прямує до постійної величини, яка для блоків-плит дорівнює трьом. Глибші дослідження показують, що при значеннях $\xi_1 \geq 1$ припущення про лінійність міжфазового теплообміну (1) можна вважати справедливим.

Підкреслимо, що для розглянутих вище двох математичних моделей конвективного теплопереносу при двовимірній фільтрації води виконуються такі співвідношення

$$\frac{\tau}{\tau_1} = \frac{\xi}{\xi_1} = \frac{\xi_2}{Fo} = \frac{\alpha R^2}{\lambda_2 (1-n)} = k^*.$$

Отже, з високою надійністю можна стверджувати, що при квазістаціонарному термогідродинамічному режимі коефіцієнти міжфазового теплообміну α і масообміну α_1 можна обчислювати за формулою (4), в якій об'ємне теплове число Біо треба приймати за формулою $Bi_V = \dfrac{\alpha R^2}{\lambda_2}$, а гідродинамічне – $Bi_V = \dfrac{\alpha_1 R^2}{k_2}$ (λ_2, k_2 – відповідно коефіцієнти теплопровідності і фільтрації блоків).

Використана література

1. *Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. – 1960. – Т. 24. Вып. 6. – С. 1427–1432.

2. *Рубинштейн Л. И.* Температурные поля в нефтяных пластах. – М.: Недра, 1972 – 247 с.

3. *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967– 599 с.

4. *Кононенко Г. М.* Гидродинамические и тепловые процессы в системах извлечения тепла земной коры // Матеріали наук. конф. ІТМО АНБ (23 квітня 1974 р., Мінськ). – М.: ІТМО АНБ, 1974. – С. 27–28.

5. *Кононенко Г. Н.* Эффективные способы решения некоторых задач горной теплофизики // Вопросы технической теплофизики, 1985. – № 5. – С. 70–76.

6. *Кононенко Г. М., Вознюк Л. Ф.* Приближенные методы исследования тепло- и массопереноса в системах извлечения тепла Земли. – К., Наукова думка, 1975. – 139 с.