

УДК 539.3

О.О. Яковенко

ВПЛИВ РЕБЕР НА ЧАСТОТИ І ФОРМИ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Приведені результати розв'язання задач на власні коливання циліндричної оболонки підкріпленої ребрами за методом скінченних елементів. Аналізується вплив ребер на частоти і форми коливань.

Вступ. Створення несучих оболонкових конструкцій пов'язано з проведенням багатоваріантних розрахунків їх міцності і динамічних характеристик (частот і форм власних коливань). Наявність ребер жорсткості породжує інерційну неоднорідність оболонкових конструкцій і суттєво впливає на їх основні динамічні характеристики.

Метою роботи є дослідження впливу підкріплюючих ребер (стрингерів і шпангоутів) на частоти і форми власних коливань тонкої пружної пологої циліндричної оболонки. Розглядаються варіанти зовнішнього і внутрішнього підкріплення з одним і двома ребрами, аналізується вплив ребер на динамічні характеристики оболонки.

Побудова дискретної динамічної моделі. Дискретна динамічна модель оболонки створюється за методом скінченних елементів (МСЕ), співвідношення для яких будуються на основі положень тривимірної теорії пружності. Існує певний досвід використання просторових скінченних елементів (СЕ) для розрахунку тонких оболонок у так званих квазідвовимірних схемах [1]. Для тонких і середньої товщини оболонок прийнятним є лінійний закон розподілу розв'язувальної функції переміщень в межах СЕ [2]. Виходячи з аналізу існуючих схем МСЕ, прийнятна моментна схема скінченних елементів [3].

Для розрахунку ребристої оболонки за МСЕ з використанням просторових СЕ застосовується підхід згідно з яким ділянки обшивки і ділянки ступінчасто-змінної товщини оболонки моделюються одним просторовим СЕ, який може збільшувати свою товщину та розташовуватися ексцентрично відносно серединної поверхні обшивки [4]. Такий підхід забезпечує універсальність просторових СЕ і за рахунок цього розширює коло досліджуваних оболонок [2].

За умов того, що область ступінчастої зміни товщини вписується в сіткову область скінченноелементної моделі оболонки, їй надається статус «ребро», що дає можливість зберігати регулярність цієї моделі і спрощує процедуру побудови матриць жорсткості і інерції. Вплив наявності ребра, як нерегулярності в сітковій області дискретної моделі

враховуємо згідно пропозицій [7]. Чисельне дослідження і обґрунтування такого способу врахування ребер при дії силових навантажень для задач міцності наведено в роботах [2,4]. Середина поверхня обшивки оболонки при наявності ребер приймається за поверхню відліку.

В кожний момент часу напружено-деформований стан оболонки, як тривимірному тілу повинен задовільняти варіаційному рівнянню руху, яке у відповідності з принципом Лагранжа-Даламбера записується у вигляді:

$$\int_V \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv - \int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dv = 0. \quad (1)$$

При побудові системи рівнянь руху дискретної моделі МСЕ спочатку необхідно у варіаційному рівнянні (1) перейти від інтегрування по всьому об'єму тіла до суми інтегралів по об'ємам скінченних елементів, використовуючи співвідношення для матриць жорсткості і мас [5]. В роботі застосовується узгоджена матриця мас, методика побудови якої аналогічна процедурі побудови матриці жорсткості. Приймаючи до уваги, що невідомими МСЕ є залежні від часу значення переміщень вузлів скінченних елементів, рівняння руху дискретної моделі МСЕ в задачі про власні коливання оболонки набуває вигляду:

$$\sum_E \delta \{u\}_e^T [K]_e \{u\}_e + \sum_E \delta \{u\}_e^T [M]_e \{\ddot{u}\}_e = 0, \quad (2)$$

де $\{u\}_e$, $\{\ddot{u}\}_e$ - вектори переміщень і прискорень вузлів СЕ, $[K]_e$, $[M]_e$, – матриці жорсткості і мас СЕ.

В подальшому виконується перегрупування і зведення подібних членів таким чином, щоб перейти від підсумування по елементам до підсумування по індексам компонент вектора невідомих всієї дискретної моделі оболонки.

В результаті дискретний аналог варіаційного рівняння руху (2) зводиться до матричного рівняння:

$$\delta \{u\}^T ([K] \{u\} + [M] \{\ddot{u}\}) = 0, \quad (3)$$

розв'язок якого приймається у вигляді:

$$\{u\} = r \sin(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

і зводиться до узагальненої проблеми про власні значення матриць.

$$([K] - \lambda [M]) \{r\} = 0. \quad (5)$$

Нетривіальний розв'язок (5) має місце за умови

$$\det \llbracket [K] - \lambda [M] \rrbracket = 0, \quad (6)$$

що визначає характеристичне рівняння системи, розв'язок якого виконується методом одночасних ітерацій у підпросторі [6].

Приклади розв'язання задач. Розглянемо розв'язання задачі про визначення динамічних характеристик сталевий ($E=2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\rho=7.85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\nu=0.3$) циліндричної оболонки зашцевленої по двом прямолінійним сторонам (рис. 1). Розміри оболонки в плані $0.8 \times 0.65 \text{ м}$, радіус 1.3 м , стріла підйому 0.0405 м . Товщина оболонки 0.001 м . Висота ребра 0.008 м . Розмірність підпростору в межах якого реалізується процес одночасних ітерацій дорівнює десяти. В межах оболонки побудована регулярна сітка скінченних елементів. Розміри сітки 15×15 вузлів.

Регулярною вважається сітка скінченних елементів якщо є прості засоби визначення номерів її вузлів та їх координат. Вузли СЕ моделі нумеруються в Лагранжівій (локальній) системі координат $\{x_1, x_2, x_3\}$. Така система не змінюється в процесі руху. Кожному вузлу сітки відповідає трійка значень $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ глобальної декартової системи координат, яка визначає положення вузла СЕ моделі у просторі.

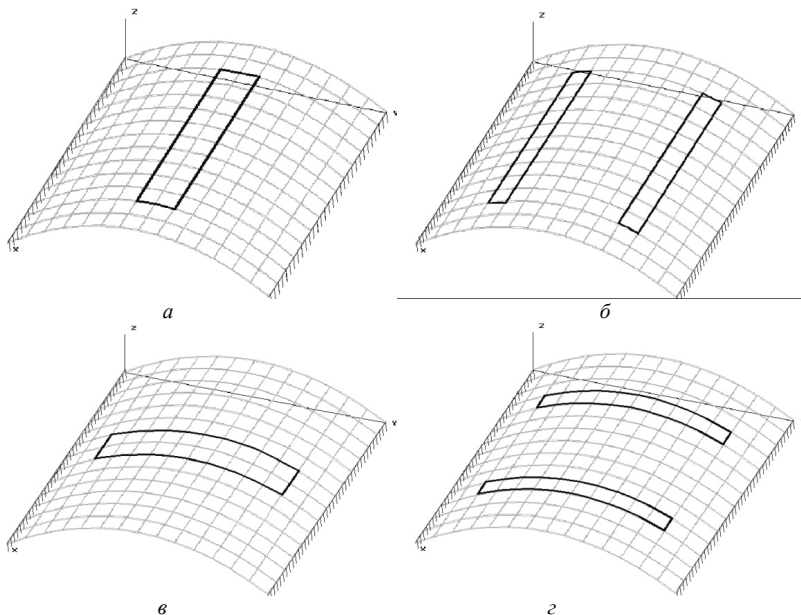


Рис. 1 Варіанти підкріплення циліндричної оболонки
а - один стрингер, б - два стрингера, в - один шпангоут, г - два шпангоута

Форми коливань оболонки без ребер приведені на (рис.2).

Розглянемо вплив одного стрингера (зовнішнього і внутрішнього), розташованого посередині циліндричної оболонки на частоти і форми власних коливань (рис. 3). Наявність ребра на першу частоту майже не впливає і для обох варіантів підкріплення вона однакова. Це можна пояснити тим, що ребро співпадає з вузловою лінією [9]. Для другої і третьої форм при обох варіантах підкріплення при наявності ребра спостерігається зменшення частоти коливань. Це можна пояснити тим що більший вплив на частоту коливань виконує маса ребра. Оболонка з внутрішнім ребром має меншу частоту і відповідно меншу жорсткість у порівнянні із оболонкою з зовнішнім ребром.

Розглянемо вплив двох стрингерів (зовнішніх і внутрішніх), розташованих симетрично (рис. 4). Для першої форми коливань частота зменшується бо ребро знаходиться на випучині і його маса більш суттєво впливає на частоту ніж його жорсткість. Для другої форми коливань для обох варіантів підкріплення спостерігається збільшення частоти при наявності ребра. Це говорить про те, що жорсткість ребра має більший вплив на частоту ніж його маса що і видно з другої форми коливань. Аналогічна картина спостерігається і для третьої форми коливань.

Розглянемо вплив одного шпангоута (зовнішнього і внутрішнього), розташованого посередині циліндричної оболонки (рис 5). Для перших трьох форм коливань при обох варіантах

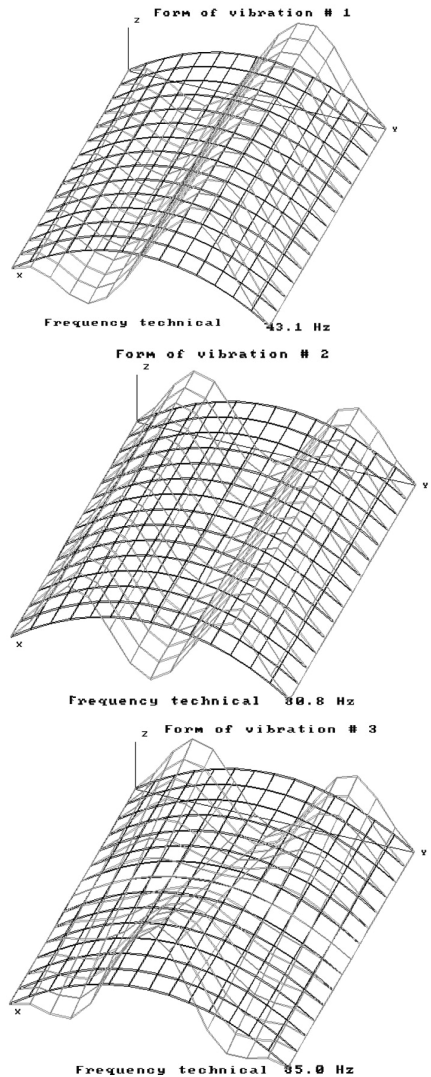
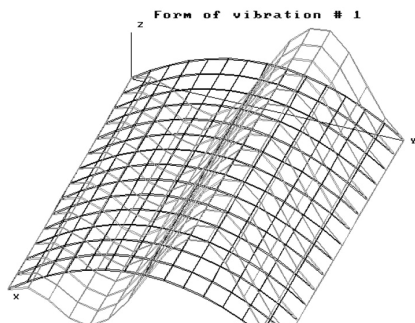


Рис. 2 Форми коливань оболонки без ребер

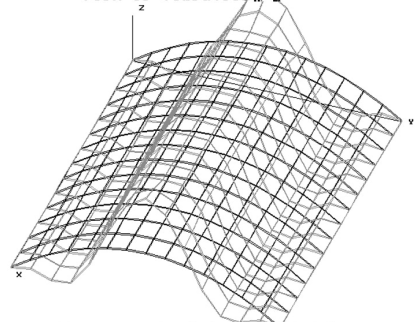
Рис. 2 Форми коливань оболонки без ребер

підкріплення спостерігається збільшення частоти коливань в порівнянні з оболонкою без ребра і оболонкою зі стрингером.



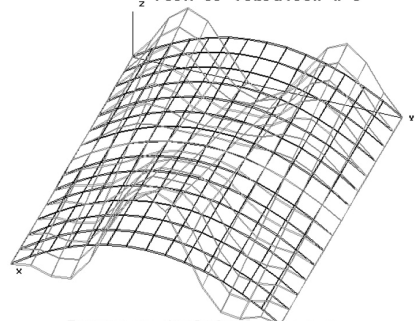
Frequency technical 40.7 Hz

Form of vibration # 2



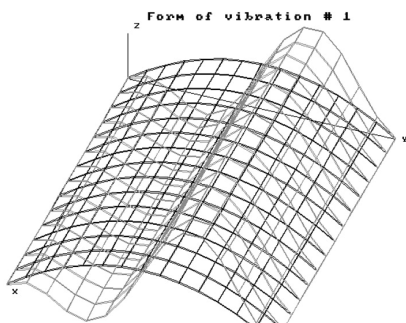
Frequency technical 65.7 Hz

Form of vibration # 3



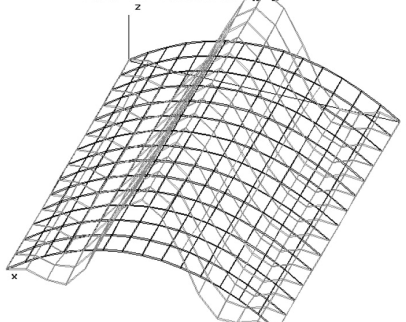
Frequency technical 95.7 Hz

Рис. 3 Форми коливань оболонки з одним стрингером



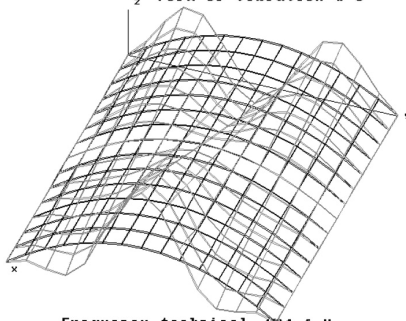
Frequency technical 36.5 Hz

Form of vibration # 2



Frequency technical 90.8 Hz

Form of vibration # 3



Frequency technical 104.6 Hz

Рис. 4 Форми коливань оболонки з двома стрингерами

Розглянемо вплив двох шпангоутів (зовнішніх і внутрішніх), розташованих симетрично (рис 6). Для усіх трьох форм коливань в обох

варіантах підкріплення спостерігається збільшення частоти коливань при наявності ребер в порівнянні з оболонкою зі стрингерами. Тобто шпангоут більш підсилює оболонку ніж стрингер бо збільшує згинну жорсткість в радіальній площині [8].

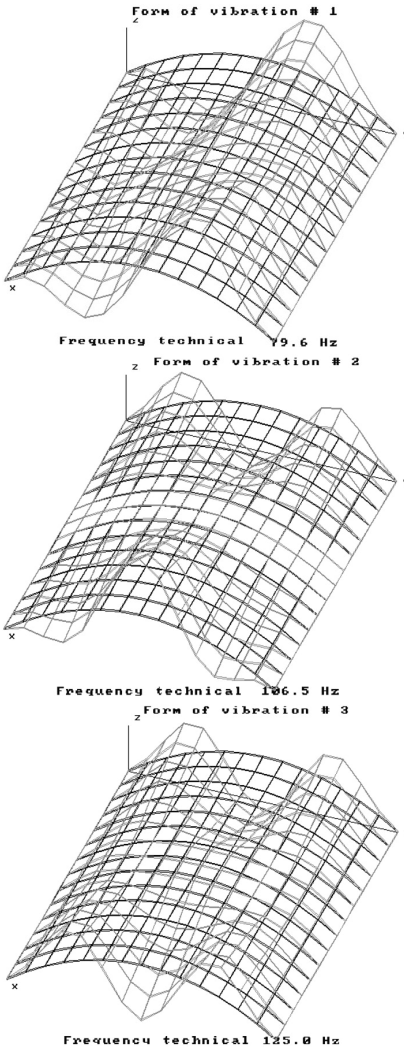


Рис. 5 Форми коливань оболонки з одним шпангоутом

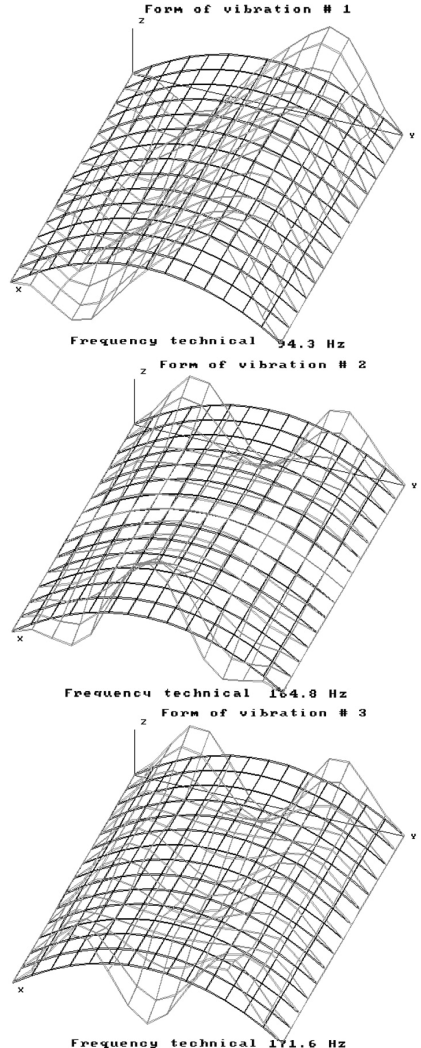


Рис. 6 Форми коливань оболонки з двома шпангоутами

Висновки:

- 1) якщо стрингер співпадає з вузловою лінією, то він не змінює частоту власних коливань оболонки.
- 2) шпангоут більш підсилює оболонку ніж стрингер бо збільшує згинну жорсткість в радіальній площині.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Зарубаев В.П., Корнеев В.Г.* Квазидвумерные схемы метода конечных элементов для расчета пластин и оболочек и некоторые вопросы их исследования / Метод конечных элементов и строительная механика. - Л.-1974.- С. 16-36.
2. Метод конечных элементов в механике твердых тел /А.С. Сахаров, В.Н. Кислюцкий, В.В. Киричевский и др. - К. : Вища шк. Голов. изд-во,1982. - 480 с.
3. *Соловей М.О.* Модифікований просторовий скінченний елемент для моделювання тонких неоднорідних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. зб.- К.: КНУБА, 2006. – Вип. 80. – С. 96-113.
4. *Соловей Н.А.* Исследование напряженно-деформированного состояния и устойчивости пластин и оболочек ступенчато-переменной жесткости с применением модифицированного конечного элемента // Сопротивление материалов и теория сооружений, 1983. – Вип. 43. – С. 30-35.
5. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К. : ЗАТ «Віпол», 2010. - 316с.
6. *Клаф Р. Пензиен Дж.* Динамика сооружений. Пер. с. англ. - М. : Стройиздат, 1979.-320с.
7. *Легостасв А.Д., Гречух Н.А., Яковенко О.О.* Деякі особливості побудови дискретних моделей МСЕ в задачах динаміки пластинчато - оболонкових конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. зб.- К.: КНУБА, 2010. – Вип. 86. – С. 94-101.
8. *Каиров А.С., Латанская Л.А.* Математическое моделирование и исследование свободных колебаний подкрепленных ребрами цилиндрических оболочек с присоединенными твердыми телами // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформованого твердого тіла: Зб. наук. праць Дніпропетровського. національного ун-ту.- 2009, - Вип. 10. - С. 136-144.
9. *Назаров А.А., Бублик Б.Н.* Свободные колебания пологой оболочки, подкрепленной ребрами жесткости // Расчет пространственных конструкций: Сб. статей. Вип.5. М.: Стройиздат, 1959. - С. 549-555.

Стаття надійшла до редакції 10.10.2011 р.

Яковенко О.О.

ВЛИЯНИЕ РЕБЕР НА ЧАСТОТЫ И ФОРМЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Приведены результаты решения задач на собственные колебания цилиндрической оболочки подкрепленной ребрами методом конечных элементов. Анализируется влияние ребер на частоты и формы колебаний.

Iakovenko O.O.

INFLUENCE OF RIBS ON FREQUENCIES AND FORMS OF FREE VIBRATION OF CYLINDRICAL SHELL

There are given results of solution of tasks of free vibration of cylindrical shell stiffened by ribs by finite elements method. Influence of ribs on frequencies and forms of vibration are analyzed.