

## ВИКОРИСТАННЯ МСЕ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН

Ю.Г. Козуб<sup>1</sup>,  
канд. техн. наук

І.І. Солодей<sup>2</sup>,  
д-р техн. наук

<sup>1</sup>ДЗ Луганський національний університет імені Тараса Шевченка, Старобільськ  
пл. Гоголя, 1, Старобільськ, Луганська обл., 92703

<sup>2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.232-242

В роботі розглянуто суперелементний підхід до формування розрахункових рівнянь метода скінчених елементів для шаруватих конструкцій. Запропонований шаруватий елемент дозволяє на основі тривимірної постановки отримати рішення зв'язаної задачі термопружності конструкцій з еластомірних композитів. Наведено результати чисельних досліджень надвеликогабаритних шин.

**Ключові слова:** багатошаровий скінчений елемент, еластомір, гумокордний композит, термопружність.

**Вступ.** Конструкції з композиційних матеріалів знаходять широке застосування у різних галузях промисловості. Використання конструкцій з полімерних композиційних матеріалів дозволяє знизити матеріаломісткість машин і конструкцій, скоротити терміни виробництва, підвищити корозійну стійкість виробів. Одними з широко використовуваних матеріалів є шаруваті композиційні матеріали з еластомірною матрицею, що складаються з тонких односпрямовано армованих шарів, або з почергових односпрямовано армованих та ізотропних шарів. Роботи [1-6, 8-13, 16-19, 23] присвячено дослідженням пружних характеристик шаруватих композитів, зокрема, гумокордного матеріалу та створенню математичних моделей на основі методу скінчених елементів для дослідження напруженено-деформованого стану конструкцій із гумокордних матеріалів [7, 9, 11, 12]. Так, експериментальне дослідження пружних характеристик текстильних кордів та визначення ефективних характеристик гумокордного матеріалу за відомими залежностями представлено в роботі [1, 8]. Наведено підходи до визначення жорсткісних характеристик складних анізотропних гумокордних матеріалів, які використовуються у каркасах та брекерах [2, 3] пневматичних шин. Проте при визначенні ефективних пружних характеристик гумокордного матеріалу поздовжній та поперечний модулі пружності корду вважалися рівними, що не для всіх матеріалів виконується і відповідно, обмежує застосування наведених співвідношень. Математичну модель рівноважної конфігурації профілю пневматичної шини у вигляді інтегрального рівняння представлено в роботі [3].

**Постановка задачі та її розв'язання.** Кількість шарів в пакеті матеріалу може досягати двозначних величин. Зокрема, великогабаритні шини мають до 40 шарів гуми та гумокорду на боковині та ще більше на біговій частині,

якщо, враховувати шари брекеру. Застосування шаруватих елементів конструкцій обумовлене їх більшою ефективністю в порівнянні з однорідними деталями. За допомогою шаруватості досягається оптимальне співвідношення жорсткістних і демплюючих характеристик багатьох елементів віброізоляційних систем. У сучасних промислових конструкціях, виготовлених з шаруватих композитних матеріалів, при експлуатаційних навантаженнях відбувається значний нагрів. При цьому істотний вплив на характер напруженено-деформованого стану дає залежність фізико-механічних характеристик від температури, що приводить до суттєвих змін форми та в ряді випадків до руйнування.

В загальному випадку необхідно вирішувати зв'язану задачу термопружності.

Для скінченно-елементного розв'язання задачі термопружності для просторових шаруватих конструкцій, що мають складну геометричну форму використовуються різні підходи [4, 7, 11, 12, 14-17, 19].

Розглянемо суперелементний підхід до моделювання поведінки шаруватої конструкції за умови дії початкових напруженень. У загальному випадку такий елемент може бути складений з  $n$  шарів (елементів) (рис. 1). Кожен з таких шарів має або анізотропні властивості, або ізотропні властивості слабо стисливого еластоміру. Таким чином шаруватий скінчений елемент можна представити як ансамбль скінчених елементів, матриці жорсткості яких побудовано на основі інкреметальної теорії деформування зі застосуванням моментної схеми скінчених елементів [20] у вигляді [21]

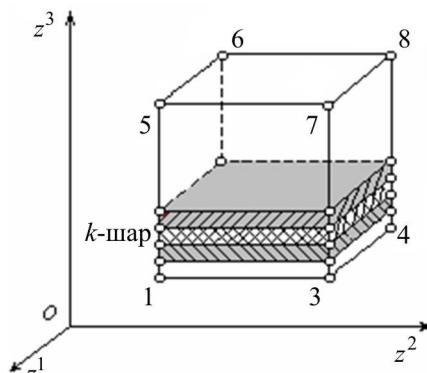


Рис. 1

$$[K^{\text{st}} + K_0^{\text{st}}] \{u_t\} = \{P^s\},$$

де  $K_0^{\text{st}}$  – інкрементальна геометрична матриця жорсткості, що враховує дію попередніх напруженень [21].

При формуванні матриці  $K^{\text{st}}$  для слабо стисливого еластомірного шару використовується моментна схема скінчених елементів з потрійною апроксимацією полів переміщень, деформацій та функції змінення об'єму [22].

При формуванні матриці жорсткості  $K^{\text{st}}$  композитного шару використовуються пружні характеристики односпрямованого гумокордного шару з урахуванням напрямку армування [18].

Компоненти тензору напруженень визначаються законом термопружності Дюамеля–Неймана.

При побудові системи рівнянь для суперелементної схеми необхідно перейти до глобальної нумерації вузлів т' кожного шару.

Після компонування отримуємо систему, що складається з  $12(n+1)$  рівнянь ( $n$  – кількість шарів)

$$[K]\{u\} = \{R\}.$$

Для визначення переміщень пакету необхідно спочатку визначити переміщення на зовнішній поверхні, а саме вузлів  $j'=1, 2, 3, 4, (4n+1), (4n+2), (4n+3), (4n+4)$ .

Вектор переміщень можна виразити у вигляді

$$\begin{aligned}\{u\}^T &= \left\{ q_1^T \quad q_2^T \quad q_3^T \right\}, \\ q_1 &= \left\{ u_{(1)}^T \quad u_{(2)}^T \quad u_{(3)}^T \quad u_{(4)}^T \right\}^T, \\ q_2 &= \left\{ u_{(5)}^T \quad u_{(6)}^T \quad \dots \quad u_{(4n-1)}^T \quad u_{(4n)}^T \right\}^T, \\ q_3 &= \left\{ u_{(4n+1)}^T \quad u_{(4n+2)}^T \quad u_{(4n+3)}^T \quad u_{(4n+4)}^T \right\}^T.\end{aligned}$$

Вектор узагальнених вузлових сил можна представити у аналогічний спосіб

$$\begin{aligned}\{R\} &= \left\{ P_1^T \quad P_2^T \quad P_3^T \right\}^T, \\ P_1 &= \left\{ R_{(1)}^T \quad R_{(2)}^T \quad R_{(3)}^T \quad R_{(4)}^T \right\}^T, \\ P_2 &= \left\{ R_{(5)}^T \quad R_{(6)}^T \quad \dots \quad R_{(4n-1)}^T \quad R_{(4n)}^T \right\}^T, \\ P_3 &= \left\{ R_{(4n+1)}^T \quad R_{(4n+2)}^T \quad R_{(4n+3)}^T \quad R_{(4n+4)}^T \right\}^T.\end{aligned}$$

Тоді систему рівнянь можна представити у вигляді

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix}.$$

Вектор переміщень “внутрішніх” вузлів можна виразити через переміщення “зовнішніх” вузлів

$$\begin{aligned}q_2 &= K_{22}^{-1}P_2 - K_{22}^{-1}[K_{21} \quad K_{23}] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_3 \end{Bmatrix}, \\ K_{11}q_1 + K_{12}K_{22}^{-1}\left(P_2 - [K_{21} \quad K_{23}] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_3 \end{Bmatrix}\right) + K_{13}q_3 &= P_1, \\ K_{31}q_1 + K_{32}K_{22}^{-1}\left(P_2 - [K_{21} \quad K_{23}] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_3 \end{Bmatrix}\right) + K_{33}q_3 &= P_3.\end{aligned}$$

Таким чином отримуємо систему рівнянь для скінченного суперелемента

$$\tilde{K}U = F,$$

де  $\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{13} \\ \mathbf{K}_{31} & \mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{12}\mathbf{T}_1 & \mathbf{K}_{12}\mathbf{T}_2 \\ \mathbf{K}_{32}\mathbf{T}_1 & \mathbf{K}_{32}\mathbf{T}_2 \end{bmatrix}_{48 \times 48}$  – матриця жорсткості

суперелемента;  $\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_3 \end{Bmatrix}$  – вектор вузлових переміщень на зовнішніх

гранях суперелемента;  $\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_{12}\mathbf{S} \\ \mathbf{K}_{32}\mathbf{S} \end{Bmatrix}$  – вектор вузлових сил на зовнішніх гранях суперелемента

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{21}, \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{K}_{23}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{K}_{22}^{-1} \mathbf{P}_2$$

Для розв'язання задачі обрахунку температури дисипативного розігріву необхідно вирішити задачу тепlopровідності.

Для побудови матриці тепlopровідності для шаруватого скінченного елементу використовується гіпотеза про нерозривність полів температур та теплових потоків на границях розділу шарів.

В матричному вигляді система рівнянь для шару приймає вигляд

$$[\mathbf{H}]\{\mathbf{T}\} + [\mathbf{H}^{(st)}]\{\mathbf{T}\} + \{\mathbf{P}\} + \{\mathbf{S}\} = 0,$$

де  $\mathbf{H}$  – матриця тепlopровідності,  $\mathbf{H}^{(st)}$  – матриця, зумовлена граничними умовами 3-го роду на поверхні шару,  $\mathbf{P}$  – вектор еквівалентного навантаження, обумовлений внутрішнім джерелом теплоутворення,  $\mathbf{S}$  – вектор еквівалентного навантаження, обумовлений тепловими потоками і температурою на поверхні шару.

Функція теплоутворення обчислюється як осереднена за цикл деформування для кожного шару.

$$w_0 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sigma^{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dt.$$

Рішення зв'язаної задачі виконується зі застосуванням методу послідовних наближень.

**Результати розрахунку та аналіз розв'язків.** Розглядається задача про визначення термопружного стану надвеликогабаритної шини 40.00-57

При виготовленні таких шин використовується схема з діагональним армуванням по стінці шини.

Вихідним матеріалом для корду служать віскозні і поліамідні волокна, модуль пружності яких приймається рівним 1,5 ГПа. Для гумових шарів модуль пружності приймається рівним 60 МПа. Кут армування змінюється від точки до точки по меридіану, досягаючи на екваторі  $45 - 65^\circ$ , в залежності від типу і призначення шини типу 40.00-57 з урахуванням дисипативного розігріву. Максимальний прогин навантаженої шини при обтисненні на площину приймається рівним 0,1 м. [24]. Тиск повітря всередині шини становить 0,6 МПа. Швидкість руху складає 25 км/год. Для надвеликогабаритних шин типу 40.00-57 кут армування прийнятий рівним  $53^\circ$ . Каркас шини складається з 34 основних гумокордних та гумових

шарів. Брекер складається з 4 шарів. Пружні та термодинамічні характеристики армованих шарів визначаються за методом сумішей [18].

Робочий тиск 0,5-0,6 МПа, номінальне навантаження на вісь шини 53,5 МН (рис. 2).

На рис. 3-5 представлені розділення переміщень в зоні контакту з площинами опори.

Розрахунок напруженно-деформованого стану та температури дисипативного розігріву якісно співпадають з даними роботи [24], де наведено експериментальні дані дослідження процесів деформування та дисипативного розігріву шини (рис. 6-9).

На рис. 10 представлена розподілення температури в осьовому перерізі шини. Максимального значення температура набуває в зоні кромки брекера.

На рис. 11-12 представлена залежність максимальної температури бігової зони шини в залежності від швидкості кочення шини для навантажень 450 кН (1), 535 кН (2) и 620 кН (3). Суцільна крива – МСЕ рішення, штрихова лінія дані [24].

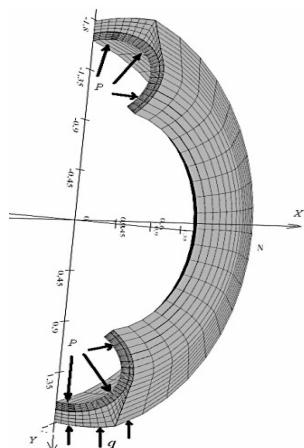


Рис. 2

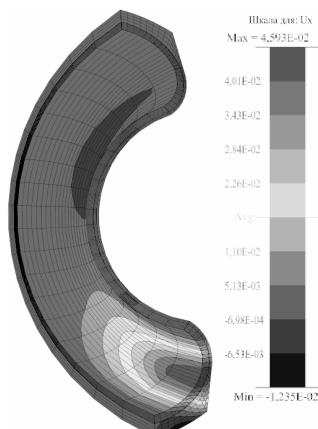


Рис. 3. Переміщення  $u_1$

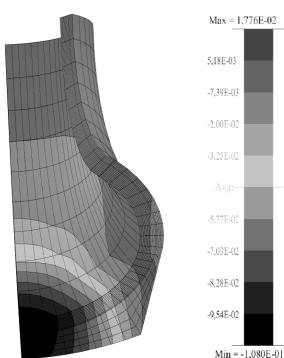


Рис. 4. Переміщення  $u_2$

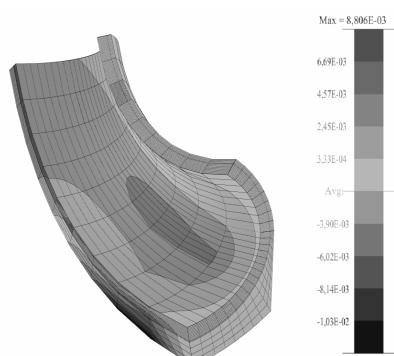


Рис. 5. Переміщення  $u_3$

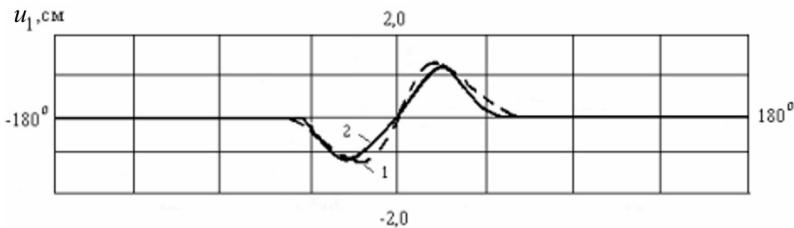


Рис. 6. Переміщення серединної поверхні каркасу в окружному напрямку по стінці:  
1 – результати [24], 2 – MCE рішення

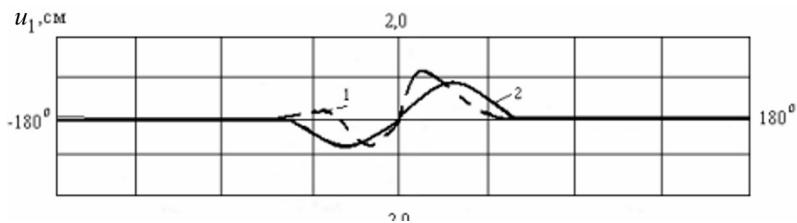


Рис. 7. Переміщення серединної поверхні каркасу в окружному напрямку по короні:  
1 – результати [24], 2 – MCE рішення

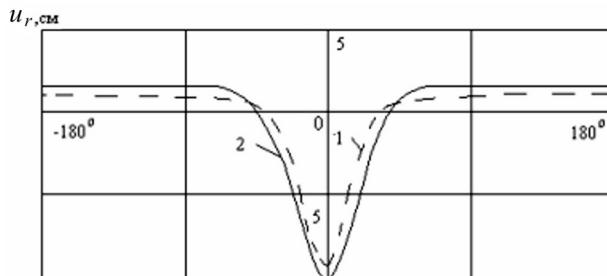


Рис. 8. Переміщення серединної поверхні каркасу у радіальному напрямку по короні:  
1 – результати [24], 2 – MCE рішення

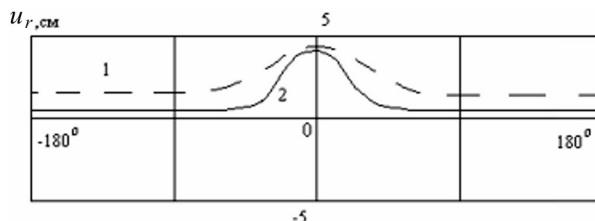


Рис. 9. Переміщення серединної поверхні каркасу у радіальному напрямку по стінці:  
1 – результати [24], 2 – MCE рішення

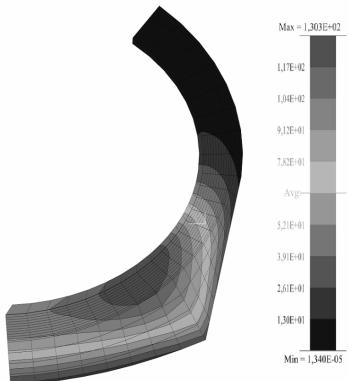


Рис. 10

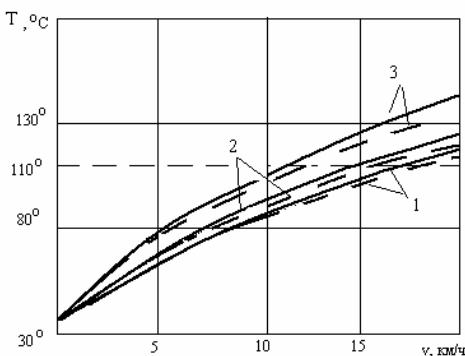


Рис. 11

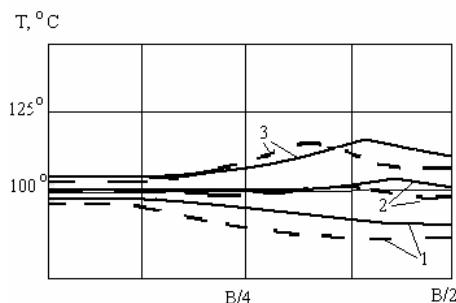


Рис. 12. Розподілення максимальних температур по ширині (В) бігової зони при швидкості 15 км/год і навантаженнях 450 кН (1), 535 кН (2) и 620 кН (3)  
(сузільна лінія - рішення МСЕ, штрихова – [24])

**Висновки.** Для моделювання властивостей багатошарової торoidalальної конструкції застосовано підхід, що базується на структуруванні неоднорідних шарів за допомогою просторового багатошарового скінченного елемента. При формуванні вихідних рівнянь шаруватого скінченного елемента використовується суперелементний підхід, що дозволяє уникнути спрощуючих гіпотез, які зводять тривимірну постановку задачі до двовимірної.

Наведено розв'язок задачі термопружності для надвеликогабаритних шин, що дозволяє прогнозувати ресурс конструкції в умовах експлуатаційних навантажень.

Наступним етапом роботи є розв'язання задач деформування конструкцій з еластомірних композитів з урахуванням процесів старіння та руйнування.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Каспаров А.А. Упругие характеристики и механика деформирования текстильных кордов / А.А. Каспаров // Геотехническая механика. – 1999. – № 11. – С. 69-83.
2. Раsterяев Ю.К. Составные резинокордные материалы и механика их деформирования / Ю.К. Раsterяев, Г.Н. Азальцов // Геотехническая механика. – 2005. – № 60. – С. 200-248.
3. Раsterяев Ю.К. Теория деформирования составных анизотропных резинокордных материалов, используемых в каркасах пневматических шин / Ю.К. Раsterяев, А.А. Каспаров // Геотехническая механика. – 1999. – № 11. – С. 84-100.

4. Баженов В.А., Кривенко О.П. Застосування методик прогнозування пружних характеристик композитного матеріалу в скінченноелементній моделі оболонки неоднорідної структури / В.А. Баженов, О.П. Кривенко // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 98. – С. 3-15.
5. Белкин А.Е. Элементы автоматизированного проектирования и расчет напряженного состояния радиальных шин / А.Е. Белкин, А.О. Беликов, Н.Л. Нарская, А.В. Уляшкин // Каучук и резина – 1993. – №2. – С.11-14.
6. Белкин А.Е. Приближенное решение контактной задачи об обжатии шины на плоскую или цилиндрическую опорную поверхность / А.Е. Белкин, А.В. Уляшкин // Изв. Вузов Машиностроение. – 1993. – №10. – С.14-21.
7. Белкин А.Е. Моделирование стационарного теплового состояния радиальной шины, вызванного диссипативным разогревом / А.Е. Белкин, Н.Л. Нарская // Вестник МГТУ им. Н.Е.Баумана. – 2000. – №2(39).– С. 19-31.
8. Бидерман В.Л. Вопросы расчета резиновых деталей / В.Л. Бидерман // Расчеты на прочность. – 1958. – Вып. 3. – С. 40-88.
9. Блумберг Н.Н. Исследование напряженного состояния упругих многослойных конструкций методом конечных элементов / Н.Н. Блумберг // В кн.: Вопр. электродинамики и механики сплошных сред. Рига. - 1976. - Вып.2. - С. 117-134.
10. Ненахов А.Б. Конструирование шин с использованием расчетных методов / А.Б. Ненахов, С.Л. Соколов, Л.Р. Гальперин // Тр. 14-го Симп. «Проблемы шин и резинокордных композитов». – 20-24 октября 2003. – С. 100-106.
11. Каспаров А.А. Расчетные исследования низкопрофильных шин специального назначения / А.А. Каспаров, И.В. Веселов, С.Л. Соколов // Известия ВУЗов. Машиностроение. – 2016. – №11 (680). – С. 34-39.
12. Соколов С.Л. Расчет циклической долговечности пневматических шин. / С.Л. Соколов, А.Б. Ненахов // Сб. докл. 25-го Симп. «Проблемы шин, РТИ и эластомерных композитов». – 13-17 октября 2014. – С. 320–332.
13. Абдрахимов Р.Р. Многаспицевая безвоздушная шина из композита. Тепловое состояние / Р.Р. Абдрахимов, А.В. Игнатова, С.Б. Сапожников // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». – 2017. – Т. 17, № 1. – С. 5–12
14. Бережной Д.В. Универсальный конечный элемент для расчета комбинированных конструкций. / Д.В. Бережной, М.К. Сагдатуллин, А.А. Саченков // Вестник Казанского государственного технологического университета. – 2012. – №17. – С.150-157.
15. Бережной Д.В. Универсальный конечный элемент для расчета многослойных тонкостенных конструкций сложной геометрии / Д.В. Бережной, Л.Р. Фахрутдинов, А.К. Габибова // Тр. Междунар. конф. "Сеточные методы". – 24-29 сентября 2014. – С.139-147.
16. de Sousa R.J.A., Cardoso R.P.R., Valente J.-W., Gracio J. J., Jorge R.M.N. A new one-point quadrature enhanced assumed strain (EAS) solid-shell element with multiple integration points along thickness: Part I - geometrically linear applications // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. 2005. – V. 62, №7. – P. 952–977.
17. Sze K.Y. Three-dimensional continuum finite element models for plate/shell analysis // Prog. Struct. EngngMater. – 2002. – V. 4. – P. 400–407.
18. Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+». / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г., Гоменюк С.И., Киричевский Р.В., Гребенюк С.Н./ – К.: Наукова думка, 2005. – 402с.
19. Гондлях О.В. Уточнений скінченний елемент користувача для моделювання ABAQUS процесів розщарування багатошарових конструкцій/ О.В. Гондлях // Наукові вісті НТУУ "КПІ". Матеріалознавство і машинобудування. – 2012.– №2. –С. 114-122.
20. Сахаров А.С. Модификация метода Ритца для расчета массивных тел на основе полиномиальных разложений с учетом жестких смещений / А.С. Сахаров // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 1974. – № 23. – С. 47–52.
21. Дохняк Б.М. Расчет предварительно напряженных конструкций из эластомеров / Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб // Тр. 13-го Симп. «Проблемы шин и резинокордных композитов». – М.: НИИ шинной промышленности. - 14-18 октября 2002. - С.119-123.
22. Киричевский В.В. Нелинейные задачи термомеханики конструкций из слабосжимаемых эластомеров / В.В. Киричевский, А.С. Сахаров. – К.: Будівельник, 1992. – 216 с.
23. Шешенин С.В., Чистяков П.В., Закалюкина И.М. Применение модели вязкоупругости Максвелла для резинокордного композита / С.В. Шешенин, П.В. Чистяков, И.М. Закалюкина // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №4 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/55TVN417.pdf>
24. Скорняков Э.С. Теория моделирования сверхкрупногабаритных шин / Э.С. Скорняков // Днепропетровск, ДГУ. - 1992. – 32 с.

## REFERENCES

1. Kasparov A.A. Uprugie harakteristiki i mehanika deformirovaniya tektilnyih kordov / A.A. Kasparov // Geotehnicheskaya mehanika. – 1999. – # 11. – S. 69-83.
2. Rasteryaev Yu.K. Sostavnyie rezinokordnyie materialy i mehanika ih deformirovaniya / Yu.K. Rasteryaev, G.N. Agaltsov // Geotehnicheskaya mehanika. – 2005. – # 60. – S. 200-248.
3. Rasteryaev Yu.K. Teoriya deformirovaniya sostavnyih anizotropnyih rezinokordnyih materialov, ispolzuemyih v karkasah pnevmaticheskikh shin / Yu.K. Rasteryaev, A.A. Kasparov // Geotehnicheskaya mehanika. – 1999. – # 11. – S. 84-100.
4. Bazhenov V.A. Zastosuvannya metodik prognozuvannya pruzhnih harakteristik kompozitnogo materalu v skInchennoelementnyi modeli obolonki neodnorIdnoYi strukturi / V.A. Bazhenov, O.P. Krivenko // Oplr materalliv I teorlya sporud. – 2017. – Vip. 98. – S. 3-15.
5. Belkin A.E. Elementyi avtomatizirovannogo proektirovaniya i raschet napryazhennogo sostoyaniya radialnyih shin / A.E. Belkin, A.O. Belikov, N.L. Narskaya , A.V. Ulyashkin // Kauchuk i rezina. – 1993. – #2. – S.11-14.
6. Belkin A.E. Priblizhennoe reshenie kontaktnej zadachi ob obzhatii shinyi na ploskuyu ili tsilindricheskuyu opornuyu poverhnost / A.E. Belkin, A.V. Ulyashkin // Izv. Vuzov Mashinostroenie. – 1993. – #10. – S.14-21.
7. Belkin A.E. Modelirovanie statsionarnogo teplovogo sostoyaniya radialnoy shinyi, vyizvannogo dissipativnym razgrevom / A.E. Belkin,N.L., N.L. Narskaya // Vestnik MGTU im. N.E.Baumana. – 2000. – #2(39).– S. 19-31.
8. Biderman V.L. Voprosyi rascheta rezinovyih detaley / V.L. Biderman // Raschety na prochnost. – 1958. – Vyip. 3. – S. 40-88.
9. Blumberg N.N. Issledovanie napryazhennogo sostoyaniya uprugih mnogosloynyih konstruktsiy metodom konechniyih elementov / N.N. Blumberg // V kn.: Vopr. elektrodinamiki i mehaniki sploshnyih sred. Riga. 1976. Vyip.2. S. 117-134.
10. Nenahov A.B. Konstruirovaniye shin s ispolzovaniem raschetnyih metodov / A.B. Nenahov, S.L. Sokolov, L.R. Galperin // Tr. 14-go Simp. «Problemyi shin i rezinokordnyih kompozitov». – 20-24 oktyabrya 2003. – S. 100-106.
11. Kasparov A.A. Raschetnyie issledovaniya nizkoprofilnyih shin spetsialnogo naznacheniya / A.A. Kasparov, I.V. Veselov, S.L. Sokolov // Izvestiya VUZov. Mashinostroenie. – 2016. – #11 (680). – S. 34-39.
12. Sokolov S.L. Raschet tsiklicheskoj dolgovechnosti pnevmaticheskikh shin. / S.L. Sokolov, A.B. Nenahov // Sb. dokl. 25-go Simp. « Problemyi shin, RTI i elastomerneyih kompozitov». – 13-17 oktyabrya 2014. – S. 320–332.
13. Abdrahimov R.R. Mnogaspitsevaya ezzvodzuschnaya shina iz kompozita. Teplovoe sostoyanie / R.R. Abdrahimov, A.V. Ignatova, S.B. Sapozhnikov // Vestnik YuUrGU. Seriya «Mashinostroenie». – 2017. – T. 17, # 1. – S. 5-12
14. Berezhnoy D.V. Universalnyiy konechnyyi element dlya rascheta kombinirovannyih konstruktsiy. / D.V. Berezhnoy, M.K. Sagdatullin, A.A. Sachenkov // Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tehnologicheskogo universiteta. – 2012. – #17. – S.150-157.
15. Berezhnoy D.V. Universalnyiy konechnyyi element dlya rascheta mnogosloynyih tonkostenniyih konstruktsmy slozhnoy geometrii / D.V. Berezhnoy, L.R. Fahrutdinov, A.K. Gabibova // Tr. Mezhdunar. konf. "Setochnyie metody". – 24-29 sentyabrya 2014. – S.139-147.
16. De Sousa R.J.A., Cardoso R.P.R., Valente R.A.F., Yoon J.-W., Gracio J. J., Jorge R.M.N. A new one-point quadrature enhanced assumed strain (EAS) solid-shell element with multiple integration points along thickness: Part I - geometrically linear applications // Int. J. for Numerical Methods in Engineering. 2005. – V. 62, №7. – P. 952–977.
17. Sze K.Y. Three-dimensional continuum finite element models for plate/shell analysis // Prog. Struct. EngngMater. – 2002. – V. 4. – P. 400–407.
18. Metod konechniyih elementov v vyichislitelnom kompleksse «MIRELA ». / V.V. Kirichevskiy., B.M. Dohnyak, Yu.G. Kozub, S.I. Gomenyuk, R.V. Kirichevskiy, S.N. Grebenyuk/ – K.: Naukova dumka, 2005. – 402s.
19. Gondlyah O.V. Utocneniyi skInchenniy element koristuvacha dlya modelyuvennyay ABAQUS protsesiv rozsharuvannya bagatosharovih konstruktsiy/ O.V. Gondlyah // NaukovI vIsti NTUU "KPI". Materlaloznavstvo I mashinobuduvannya. – 2012.– #2. –S. 114-122.
20. Saharov A.S. Modifikatsiya metoda Ritta dlya rascheta massivnyih tel na osnove polinomialnyih razlozheniy s uchetom zhestikh smescheniy / A.S. Saharov // Soprotivlenie materialov i teoriya sooruzheniy. — 1974. — # 23. — S. 47–52.
21. Dohnyak B.M. Raschet predvaritelno napryazhennyih konstruktsiy iz elastomerov / B.M. Dohnyak, Yu.G. Kozub // Tr. 13-go Simp. «Problemyi shin i rezinokordnyih kompozitov». – M.: NII shinnoy promyshlennosti. - 14-18 oktyabrya 2002. - S.119-123.

22. Kirichevskiy V.V. Nelineynie zadachi termomehaniki konstruktsly iz slaboszhimaemyih elastomerov / V.V. Kirichevskiy, A.S. Saharov. – K.: Budivelnik, 1992. – 216s.
23. Sheshenin S.V. Primenenie modeli vyazkouprugosti Maksvella dlya rezinokordnogo kompozita / S.V. Sheshenin, P.V. Chistyakov, I.M. Zakalyukina // Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE» Tom 9, #4 (2017) <http://naukovedenie.ru/PDF/55TVN417.pdf>.
24. Skornyakov E.S. Teoriya modelirovaniya sverhkrupnogabaritnyih shin / E.S. Skornyakov // Dneprpetrovsk, DGU. 1992. 32s.

*Стаття надійшла до редакції 18.05.2019 р.*

*Kozub Yu.G., Solodei I.I.*

### **APPLICATION OF THE FINITE ELEMENT METHOD FOR CALCULATING THE THERMAL STRESS STATE OF PNEUMATIC TIRES**

The processes of deformation of some of the widely used layered composite materials with elastomeric matrix, consisting of thin unidirectionally reinforced layers, or from alternating unidirectionally reinforced and isotropic layers are considered. The method of solving the problems of thermoelasticity of constructions from such materials is proposed, which is based on the finite element method.

To form of resolving equalizations of finite element method for layered solid with initial tensions the super element method is considered. For every layer of finite element the stiffness matrix is built on the basis of incremental theory of deformation.

The decision of task for the package of finite elements, that modeling the package of the layered construction, is taken to the decision of the system of equalizations in relation to moving of knots to the surfaces of package.

On the second stage of decision of task moving of knots is calculated to the border of division of layers. The components of tensor of tensions are calculated for every layer taking into account the temperature of layer.

The field of temperatures determined for all package on the basis decisions of task of heat conductivity. At the construction of matrix of heat conductivity an ideal thermal contact is assumed between layers. The function of internal heat source is calculated for every layer as average energy for the complete cycle of loading. The solution of the linked problem of thermoelasticity of a layered composite is obtained by the method of successive approximations.

The offered method is applied for the decision of task about thermoelasticity deformation and dissipative warming-up of pneumatic tires. Pressure in a tire is considered as an initial load. Loading is attached to the axis of wheel creates additional deformations of tire. The process of tire roll is considered as cyclic deformation.

Solution of the linked task of thermoelasticity is offered for over a large size tire

Dependences of temperature of dissipative warming up are got on frequency of vibrations and size of loading. The got results satisfactorily comport with experimental data.

**Keywords:** multilayered finite element, elastomer, rubber cord compo, thermoelasticity.

*Козуб Ю.Г., Солодей И.И.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ШИН**

В работе рассмотрен суперэлементный подход к формированию разрешающих уравнений метода конечных элементов для слоистых конструкций. Предложенный слоистый элемент позволяет на основе трехмерной постановки получить решение связанной задачи термоупругости конструкций из эластомерных композитов. Приведены результаты численных исследований.

**Ключевые слова:** многослойный конечный элемент, эластомер, резинокордный композит, термоупругость.

УДК 539.3

**Козуб Ю.Г., Солодей І.І. Використання МСЕ для обчислення термопружного стану автомобільних шин //** Опір матеріалів і теорія споруд. – 2019. – Вип. 102. – С. 232-242.

*Розглянуто суперелементний метод формування матриці жорсткості шаруватого скінченного елементу та застосування запропонованого елементу для розв'язку задач термоупругості пневматичних шин.*

Табл. 0. Іл. 12. Бібліогр. 24 назв.

**Kozub Yu.G., Solodei I.I. Application of the finite element method for calculating the thermal stress state of pneumatic tires //** Strength of Materials and the Theory of Structures. – 2019. – Issue 102. – P. 232-242.

*The superelement method of forming of stiffness matrix of the layered finite element is considered. The offered element is applied for the solution of tasks of thermoelasticity of pneumatic tires.*

Tabl. 0. Pic. 12. Bibliogr. 24 titles.

**Козуб Ю.Г., Солодей І.І. Применение МКЭ для расчета термоупругого состояния пневматических шин //** Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2019. – Вып. 102. – С. 232-242.

*Рассмотрен суперэлементный метод формирования матрицы жесткости слоистого конечного элемента и применение предложенного элемента для решения задач термоупругости пневматических шин.*

Табл. 0. Ил. 12. Библиогр. 24 назв.

**Автор:** кандидат технических наук, доцент, завідувач кафедри фізико-технічних систем та інформатики ДЗ "ЛНУ імені Тараса Шевченка" КОЗУБ Юрій Гордійович

**Адреса робоча:** 92703 Україна, Луганська обл., м. Старобільськ, площа Гоголя, 1.

ДЗ "Луганський національний університет імені Тараса Шевченка"

**Робочий тел.:** +38(073) 41-303-23

**Мобільний тел.:** +38(050) 602-56-25

**E-mail:** kosub.yg@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-3366-6031>

**Автор:** доктор технических наук, старший научный співробітник, зав. відділом НДІ будівельної механіки Солодей Іван Іванович

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, Повітровофлотський пр. 31, Київський національний університет будівництва і архітектури

**Робочий тел.:** +38(044) 241-55-55

**Мобільний тел.:** +38(050)357-44-90

**E-mail:** isolodey@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-7638-3085>