УДК 539.3

І.І. Солодей, канд. техн. наук,
М.О. Вабіщевич,
О.І. Гуляр, д-р техн. наук,
О.С. Сахаров, д-р техн. наук

ОБЧИСЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ В НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ПРОСТОРОВИХ ТІЛ НА ОСНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ПІДХОДУ

Розглянута методика визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень при використанні J – інтеграла для тіл з тріщинами, що знаходяться під дією динамічного навантаження. Проведено узагальнення метода реакцій для обчислення J – інтеграла на задачі динаміки. На основі тестових досліджень отримані параметри вірогідності та ефективності запропонованого підходу.

Вступ.

Ефективність розв’язання задач механіки руйнування безумовно залежить від методик обчислення параметрів, що визначають напружено-деформований стан (НДС) в околі вершини тріщини. Визнаними основними параметрами механіки руйнування є коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) та J - інтеграл Черепанова-Райса [9, 15, 21], які обчислюються на основі, так званих, прямих та енергетичних методів та мають однозначний зв’язок в межах лінійної механіки руйнування.

Використання в механіці руйнування енергетичних методів та інтегралів, що не залежать від шляху інтегрування висвітлено в значній кількості наукових публікацій [4, 9, 11, 12, 30, 31 та ін.]. Розглянуті методи безпосереднього обчислення контурного J - інтеграла [30], підатливості [4], еквівалентного об’ємного інтегрування [12], віртуального зростання тріщини [11, 31], модифікованого інтеграла закриття тріщини [9] та багато інших.

Визначення величини J – інтеграла на основі методу скінченних елементів (МСЕ) розглянуто в роботах [1, 8, 10, 12–14, 18, 19, 22–29, 32, 33 та ін.]. Ефективність запропонованих методик великою мірою залежить від мірності задачі, певних обмежень на форму і розміри області інтегрування. При цьому постають питання задоволення фундаментальним властивостям J – інтеграла: його інваріантності відносно області інтегрування та рівності нулю при інтегруванні по замкнутому контуру.

В роботах різних авторів відзначається відмінність результатів обчислення J – інтеграла при варіюванні контурів інтегрування [13, 19, 35]. Запропоновані шляхи подолання цієї проблеми грунтуються або на встановленні обмежень на форму та розміри області інтегрування або на усередненні отриманих величин J - інтеграла на різних контурах, що призводить до значних обчислювальних витрат. Робота [6] пропонує нову методику обчислення J – інтеграла на основі величин, що безпосередньо входять до рівнянь методу скінченних елементів – вузлових реакцій та переміщень скінченноелементної моделі (метод рекцій). Показано високу ефективність запропонованого підходу та задоволення фундаментальним властивостям J – інтеграла в задачах статики.

Метою даної роботи є розвиток методики визначення J - інтеграла та КІН на основі напіваналітичного метода скінченних елементів (НМСЕ) за величинами вузлових реакцій та переміщень на новий клас задач динаміки та дослідження вірогідності і ефективності запропонованого чисельного апарату.

1. Співвідношення просторової задачі динаміки при наявності тріщин.

Розглядаються системи неоднорідних ізотропних тіл обертаня та призматичних тіл з тріщинами (рис. 1), що знаходяться під дією довільного динамічного навантаження або зміщень, на інтервалі часу $T \in [t_0, t_1]$.

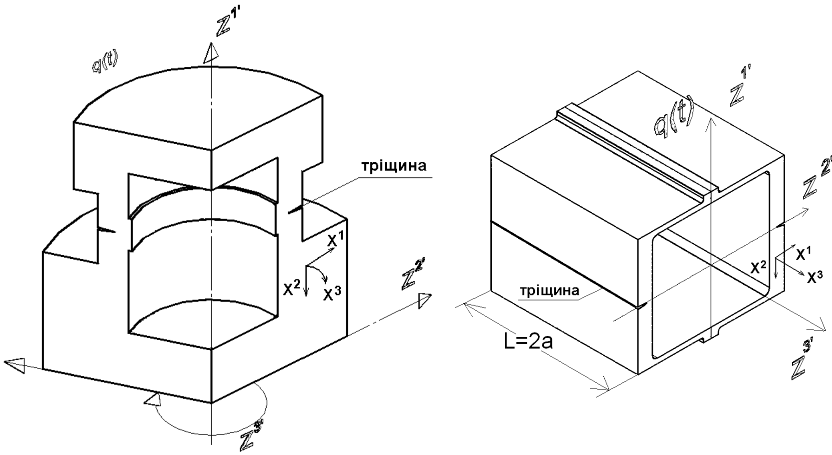


Рис.1. Просторові призматичні тіла та тіла обертання

Опис геометричних і механічних характеристик, початкових і граничних кінематичних умов, зовнішніх навантажень здійснюється в ортогональній круговій циліндричній або декартовій системі координат $Z^{i'}$, що в подальшому називається базисною. Для подання напружено-деформованого стану тіла із складною формою поперечного перетину запроваджується місцева криволінійна система координат x^i, яка пов'язана з геометрією тіла.

Компоненти тензору деформацій в місцевій системі координат виражаються через компоненти переміщень в базисній [2]:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{k',i} z^{k'}_{,j} + u_{k',j} z^{k'}_{,i} - 2u_{k'} z^{l'}_{,i} z^{m'}_{,j} \Gamma^{k'}_{l'm'}\right), \tag{1}$$

де для замкненого тіла обертання в циліндричній системі координат:

$$z^{3'}_{,\alpha} = z^{\alpha'}_{,3} = 0,\ z^{3'}_{,3} = 1,\ \Gamma^{2'}_{3'3'} = -Z^{2'},\ \Gamma^{3'}_{3'2'} = \Gamma^{3'}_{2'3'} = \frac{1}{Z^{2'}},$$

для призматичного прямолінійного тіла в ортогональній системі координат:

$$z^{3'}_{,\alpha} = z^{\alpha'}_{,3} = 0,\ z^{3'}_{,3} = a,\ \Gamma^{k'}_{l'm'} = 0$$

Компоненти тензора напружень ізотропного тіла виражаються через компоненти тензора деформацій на основі узагальненого закону Гука [2]:

$$\sigma^{ij} = d^{ijkl}\varepsilon_{kl},\ d^{ijkl} = \lambda g^{ij} g^{kl} + \mu\left(g^{jl} g^{ik} + g^{il} g^{jk}\right), \tag{2}$$

де $\lambda = \dfrac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$; $\mu = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$; $E = E\left(Z^{i'}\right)$, $\nu = \nu\left(Z^{i'}\right)$ - значення модуля пружності і коефіцієнта Пуасона в точці тіла, що розглядається.

Динамічні процеси в неоднорідному ізотропному тілі, об'ємом V, обмеженого поверхнею S описуються рівнянням, що є наслідком принципу Даламбера [17]:

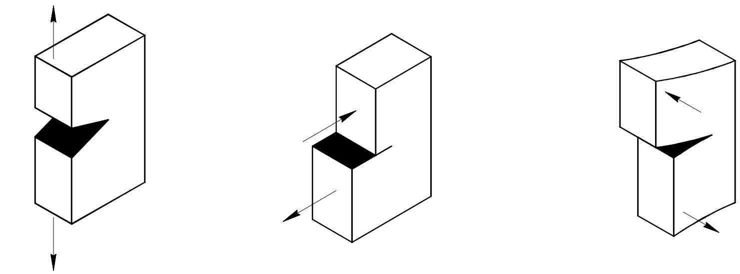
$$\delta W + \delta T - \delta A = 0, \tag{3}$$

покомпонентна форма якого в криволінійній системі координат приймає вигляд:

$$\delta W = \int\limits_V \tilde{\sigma}^{ij} \delta \tilde{\varepsilon}_{ij} dV \,, \; \delta T = \int\limits_V \rho \ddot{u}^{i'} \delta u_{i'} dV \,, \; \delta A = \int\limits_V f^{i'} \delta u_{i'} dV + \int\limits_{S_p} p^{i'} \delta u_{i'} dS \; - \quad (4)$$

варіації потенційної, кінетичної енергій та роботи зовнішніх сил.

Для прямолінійних призматичних тіл та тіл обертання розглядаються поздовжні стаціонарні тріщини, фронт яких збігається за напрямком із твірною тіла. Виділяють три типи тріщин: нормального відриву, пеперечного та повздовжнього зсуву (рис. 2).



Нормальний відрив Поперечний зсув Поздовжній зсув

Рис.2. Типи тріщин

Найчастіше, при аналізі стану тіла з тріщинами, дослідники оперують коефіцієнтами інтенсивності напружень. Вирази (5) і (6) представляють собою зв'язок між традиційними характеристиками тріщиностійкості в області лінійної механіки руйнування: КІН та J - інтегралом [1].

$$K_{I/II} = \tfrac{1}{2} \sqrt{H} \left(\sqrt{J_1 - J_2 - G_{III}} \pm \sqrt{J_1 + J_2 - G_{III}} \right), \quad (5)$$

$$K_{III} = \sqrt{2 \mu G_{III}} \,, \quad (6)$$

де $\mu = E / 2(1+\nu)$ - модуль зсуву, H – ефективний модуль пружності ($= E$ плоский напружений стан; $= E / \left(1-\nu^2\right)$ плоска деформація).

Швидкість вивільнення енергії G при динамічному процесі розповсюдження хвиль у тілі зі стаціонарною тріщиною для випадку пружних матеріалів – лінійних або нелінійних може бути представлена у наступному вигляді [1]:

$$G_k = J_k = \int\limits_{\Gamma} \left[(W + T) n_k - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x^k} \right] d\Gamma \,, \tag{7}$$

де Γ - контур інтегрування, n_k - проекція на вісь x^k одиничної зовнішньої нормалі до контуру Γ, t_i - проекція на вісь x^k вектора зусиль на контурі Γ.

2. Напіваналітичний метод скінченнихелементів для просторових призматичих тіл та тіл обертання.

Для дискретизації тіл обертання та призматичних тіл при динамічному навантаженні застосовуються кільцевий та призматичний скінченні елементи (СЕ) [20] (рис.3).

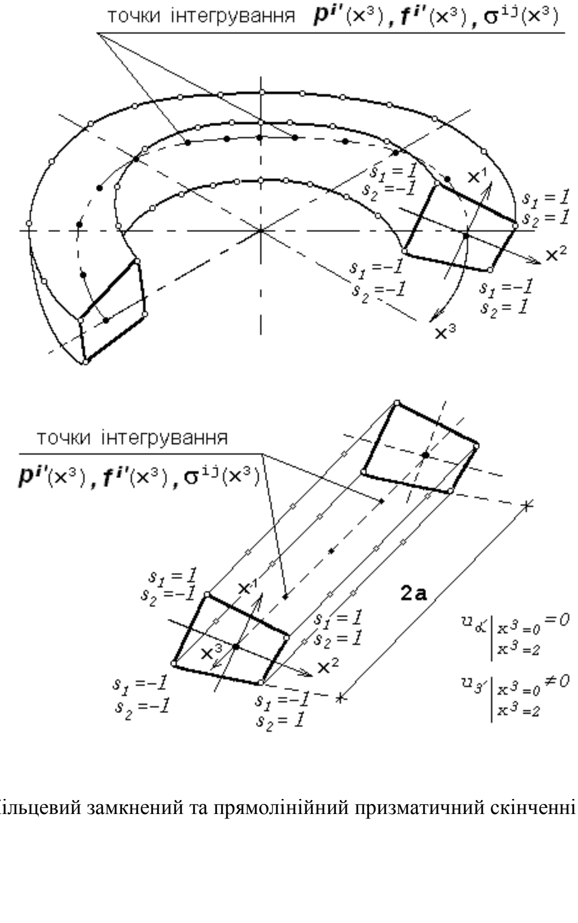


Рис.3. Кільцевий замкнений та прямолінійний призматичний скінченні елементи

Припускається, що щільність матеріалу ρ, компоненти тензора пружних постійних d^{ijkl} і визначник метричного тензора g незначно змінюються в області поперечного перерізу елемента:

$$\rho = \rho\big|_{x^{\alpha}=0}\,,\ d^{ijkl} = d^{ijkl}\Big|_{x^{\alpha}=0}\,,\ \sqrt{g} = \sqrt{g}\Big|_{x^{\alpha}=0}\,. \qquad (8)$$

Зовнішнє навантаження і напруження довільно змінюються вздовж осі x^3 і обчислюються в необхідній кількості точок інтегрування.

За невідомі при розв’язанні задачі приймаються компоненти переміщень, швидкостей та прискорень вузлів СЕ в базисній системі координат $(u\!:\dot{u}\!:\ddot{u})_{k'}$, де k' - напрямок в базисній системі координат.

Розподіл невідомих в напрямку x^3 проводиться 2π - періодичними функціями x^3 і їх вузлові значення представляються відрізками тригонометричних рядів Фур’є. При умові наявності хоча б однієї площини симетрії:

$$(u\!:\dot{u}\!:\ddot{u})_{k'(S_1,S_2)} = \sum_{l=l_0}^{L} (u\!:\dot{u}\!:\ddot{u})^{l}_{k'(S_1,S_2)} \psi^{l}_{k'}\,, \qquad (9)$$

для замкненого тіла обертання в циліндричній системі координат:

$$\psi^{l}_{1'} = \psi^{l}_{2'} = \cos l x^3\,,\ \psi^{l}_{3'} = \sin l x^3\,,\ l_0 = 0\,,\ 0 \le x^3 \le 2\pi\,,$$

для призматичного прямолінійного тіла в ортогональній системі координат:

$$\psi^{l}_{1'} = \psi^{l}_{2'} = \sin \frac{\pi l}{2} x^3\,,\ \psi^{l}_{3'} = \cos \frac{\pi l}{2} x^3\,,\ l_0 = 1\,,\ 0 \le x^3 \le 2\,.$$

В площині перетину елемента прийнято білінійний розподіл переміщень, швидкостей і прискорень:

$$(u\!:\dot{u}\!:\ddot{u})_{k'} = \sum_{S_1}\sum_{S_2} P_{(S_1,S_2)} (u\!:\dot{u}\!:\ddot{u})_{k'(S_1,S_2)}\,,\ \mathrm{P}_{(S_1,S_2)} = \prod_{n=1}^{2}\left(S_{(n)} x^{(n)} + \frac{1}{2} \right). \qquad (10)$$

Для подання деформацій використовується моментна схема скінченного елемента (МССЕ) [16], застосування якої дозволяє істотно підвищити ефективність чисельного дослідження просторових конструкцій на основі методу скінченних елементів [7, 17].

Підставляючи апроксимації (9) до (4), можна представити варіації потенційної, кінетичної енергій та роботи зовнішніх як суму їх амплітудних складових:

$$\delta W = \sum_{l=l_0}^{L} \delta W_l \ , \ \delta T = \sum_{l=l_0}^{L} \delta T_l \ , \ \delta A = \sum_{l=l_0}^{L} \delta A_l \ . \tag{11}$$

Для однорідних вздовж направляючої просторових тіл система рівнянь (3) розпадається на ряд незалежних амплітудних підсистем для кожної з гармонік l [7]:

$$\delta W_l + \delta T_l - \delta A_l = 0 \ . \tag{12}$$

3. Методика визначення J - інтеграла за величинами вузлових реакцій та переміщень при наявності інерційних сил.

Традиційно для обчислення J - інтеграла в межах сіткових методів використовується формулювання (13). Вважається, що тріщина пов'язана із системою координат x^{α} (рис. 4,а), де індекс α визначає повздовжній напрямок тріщини, N_j - сторони вибраного контуру інтегрування.

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} \left(W + T\right)_{\alpha} ds_j - \sum_{j=1}^{N_1} \left(W + T\right)_{\alpha} ds_j - \sum_{j=1}^{N_1} \left(n_i \ \sigma^{ik} \ \zeta_{k\alpha}\right) ds_j -$$

$$- \sum_{j=1}^{N_2} \left(n_i \ \sigma^{ik} \ \zeta_{k\alpha}\right) ds_j - \sum_{j=1}^{N_3} \left(n_i \ \sigma^{ik} \ \zeta_{k\alpha}\right) ds_j - \sum_{j=1}^{N_4} \left(n_i \ \sigma^{ik} \ \zeta_{k\alpha}\right) ds_j \ . \tag{13}$$

Відповідно до (12), представимо J - інтеграл через його амплітудні значення, тобто:

$$J = \sum_{l=l_0}^{L} J_l \ , \tag{14}$$

де

$$J_l = \sum_{j=1}^{N_2} (W_l + T_l)_\alpha ds_j - \sum_{j=1}^{N_1} (W_l + T_l)_\alpha ds_j - \sum_{j=1}^{N_1} \left(n_i \ \sigma_l^{ik} \ \zeta_{lk\alpha} \right) ds_j -$$

$$- \sum_{j=1}^{N_2} \left(n_i \ \sigma_l^{ik} \ \zeta_{lk\alpha} \right) ds_j - \sum_{j=1}^{N_3} \left(n_i \ \sigma_l^{ik} \ \zeta_{lk\alpha} \right) ds_j - \sum_{j=1}^{N_4} \left(n_i \ \sigma_l^{ik} \ \zeta_{lk\alpha} \right) ds_j \ . \quad (15)$$

В даній роботі для обчислення значень J - інтеграла використовується методика, яка розвинена в роботі [6] для тіл с тріщинами, що знаходяться під дією статичного навантаження (метод реакцій), у відповідності до якої всі члени, які входять до (15), визначаються за допомогою амплітудних вузлових реакцій та переміщень сіткової області для моменту часу $\tau = t + \Delta t$ (рис. 4,б):

$$(W_l + T_l)_\alpha^\tau ds = \frac{\{u\}_l^{\tau T} \{R\}_l^\tau}{2(\Delta x_\alpha)} \ , \ n_i \ \sigma_l^{\tau ik} ds = R_{lk}^\tau \ , \quad (16)$$

$$R_{lk}^\tau = \frac{1}{2}\left(R_{lq,k}^\tau + R_{lq',k}^\tau \right), \ \zeta_{lk\alpha}^\tau = \frac{1}{\Delta x_\alpha}\left(u_{lq,k}^\tau - u_{lq',k}^\tau \right). \quad (17)$$

Виходячи із вищесказаного вираз (15) можна записати у вигляді:

$$J_l^\tau = \sum_{j=1}^{N_2} \frac{1}{2(\Delta x_\alpha)_j} \{u\}_{lj}^{\tau T} \{R\}_{lj}^\tau - \sum_{j=1}^{N_1} \frac{1}{2(\Delta x_\alpha)_j} \{u\}_{lj}^{\tau T} \{R\}_{lj}^\tau - \quad (18)$$

$$- \sum_{j=1}^{N_1} \left(\frac{\left(R_{lq,k}^\tau + R_{lq',k}^\tau\right)\left(u_{lq,k}^\tau - u_{lq',k}^\tau\right)}{2\Delta x_\alpha} \right)_j - \sum_{j=1}^{N_2} \left(\frac{\left(R_{lq,k}^\tau + R_{lq',k}^\tau\right)\left(u_{lq,k}^\tau - u_{lq',k}^\tau\right)}{2\Delta x_\alpha} \right)_j -$$

$$- \sum_{j=1}^{N_3} \left(\frac{\left(R_{lq,k}^\tau + R_{lq',k}^\tau\right)\left(u_{lq,k}^\tau - u_{lq',k}^\tau\right)}{2\Delta x_\alpha} \right)_j - \sum_{j=1}^{N_4} \left(\frac{\left(R_{lq,k}^\tau + R_{lq',k}^\tau\right)\left(u_{lq,k}^\tau - u_{lq',k}^\tau\right)}{2\Delta x_\alpha} \right)_j \ .$$

При використанні інваріантності J - інтеграла відносно контуру інтегрування, даний підхід дозволяє значно скоротити кількість математичних операцій при його обчисленні в межах сіткових методів [6].

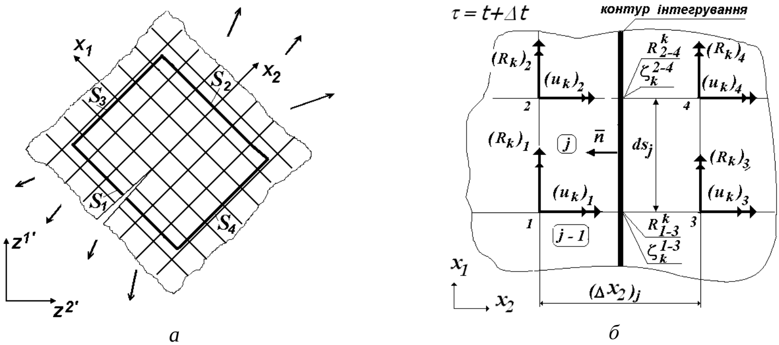


Рис.4. Схема визначення вузлових реакцій та переміщень

Розглянемо більш детально визначення вузлових реакцій при динамічному навантаженні. Вираз (20) представляє собою напівдискретне рівняння руху записане через вузлові реакції, (19) – більш традиційна та відома форма його запису [3].

$$\left[M\right]_{lm}\left\{\ddot{U}\right\}^{m,\tau}+\left[K\right]_{lm}\left\{U\right\}^{m,\tau}=\left\{Q\right\}_{l}^{\tau}, \tag{19}$$

$$\left[M\right]_{lm}\left\{\ddot{U}\right\}^{m,\tau}+\left\{R_{\sigma}\right\}_{l}^{\tau}=\left\{Q\right\}_{l}^{\tau}, \tag{20}$$

де

$$\left\{R_{\sigma}\right\}_{l}^{\tau}=\left\{\sum_{\beta=1}^{2}\left[B_{\beta}\right]_{l}^{T}\left\{\overset{\circ}{\sigma}_{\beta}\right\}_{l}^{\tau}+\frac{1}{12}\sum_{\alpha=1}^{2}\left[B_{\beta}\right]_{\alpha l}^{T}\left\{\overset{\circ}{\sigma}_{\beta}\right\}_{\alpha l}^{\tau}\right\}\sqrt{g}\ . \tag{21}$$

У відповідності до формулювання методу Н'юмарка

$$\left\{\ddot{U}\right\}^{m,t+\Delta t}=\frac{1}{\alpha\Delta t^{2}}\left[\left\{U\right\}^{m,t+\Delta t}-\left\{U\right\}^{m,t}-\left\{\dot{U}\right\}^{m,t}\Delta t-\frac{\Delta t^{2}}{2}\left\{\ddot{U}\right\}^{m,t}\right]+\left\{\ddot{U}\right\}^{m,t}, \tag{22}$$

вираз (20) можна переписати у вигляді:

$$\left\{R_{\sigma}\right\}_{l}^{t+\Delta t}+\left\{\overline{R}_{\rho}\right\}_{l}^{t+\Delta t}=\left\{Q\right\}_{l}^{t+\Delta t}+\left\{\overline{\overline{R}}_{\rho}\right\}_{l}^{t}, \tag{23}$$

де

$$\left\{\overline{R}_{\rho}\right\}_{l}^{t+\Delta t}=a_{0}\left[M\right]_{lm}\left\{U\right\}^{m,t+\Delta t}, \tag{24}$$

$$\left\{\overline{R}_{\rho}\right\}_{l}^{t}=[M]_{lm}\left\{a_0\{U\}^{m,t}+a_2\{\dot{U}\}^{m,t}+a_3\{\ddot{U}\}^{m,t}\right\}. \qquad (25)$$

Таким чином, вузлові реакції для задачі динаміки із стаціонарною тріщиною при використанні прямого метода інтегрування рівнянь руху будуть обчислюватись на основі виразу:

$$\{R\}_{l}^{\tau}=\{R_{\sigma}\}_{l}^{t+\Delta t}+\left\{\overline{R}_{\rho}\right\}_{l}^{t+\Delta t}-\left\{\overline{R}_{\rho}\right\}_{l}^{t}, \qquad (26)$$

та включати статичну та динамічну складові.

Слід зазначити, що для різних методів прямого інтегрування рівнянь руху: Вільсона, Хаболта та ін. динамічна складова реакції (26) не буде однозначною і повинна визначатись у відповідності до вибраного підходу.

У випадках, коли динамічний розв'язок задачі формується на основі невеликої кількості перших власних форм конструкції, для розв'язання системи звичайних диференційних лінійних рівнянь руху дискретної моделі (19) використовують чисельний підхід заснований на розкладі розшукуваного рішення по формам власних коливань конструкції, відповідно до якого (19) перетворюється до низки незалежних диференційних рівнянь вигляду [3]:

$$[I]\{\ddot{X}\}^{\tau}+[\Lambda]\{X\}^{\tau}=\sum_{l=l_0}^{L}[\Phi]_{l}^{T}\{Q\}_{l}^{\tau}. \qquad (27)$$

Перехід від невідомих задачі до вузлових переміщень визначається лінійним перетворенням:

$$\{U\}_{l}^{\tau}=[\Phi]_{l}\{X\}^{\tau}, \qquad (28)$$

а вузлові реакції обчислюються аналогічно (26) за формулою:

$$\{R\}_{l}^{\tau}=\{\overset{*}{R}_{\sigma}\}_{l}^{\tau}+\{\overset{*}{R}_{\rho}\}_{l}^{\tau}, \qquad (29)$$

де

$$\{\overset{*}{R}_{\sigma}\}_{l}^{\tau}=[K]_{lm}\{U\}_{m}^{\tau}, \qquad (30)$$

$$[K]_{lm}=\left[\sum_{\beta=1}^{2}\left[B_\beta\right]_l^T\left[D_\beta\right]_{lm}\left[B_\beta\right]_m+\frac{1}{12}\sum_{\alpha=1}^{2}\left[B_\beta\right]_{\alpha l}^T\left[D_\beta\right]_{\alpha lm}\left[B_\beta\right]_{\alpha m}\right]\sqrt{g}\ ,$$

$$\{\overset{*}{R}_\rho\}_l^\tau=-[\Lambda][M]_{lm}\{U\}_m^\tau\ ,\ [M]_{lm}=\frac{1}{4}\sqrt{g}\rho_{lm}^{k'}\left[g^{k'(k')}\right]. \qquad (31)$$

4. Вірогідність та ефективність метода реакцій в задачах динаміки. Для оцінки ефективності запропонованого підходу проведено аналіз швидкості збіжності параметрів механіки руйнування для різних довжин тріщин при варіюванні розмірів привершинної сіткової області. Розглянуто пластину з центральною тріщиною під дією миттєво прикладеного розтягуючого тиску [5]. Динамічні коефіцієнти інтенсивності напружень (ДКІН) визначались на основі J - інтеграла (рис. 5). Як видно з результатів обчислень, похибка ДКІН при використанні J - інтеграла входить у межі 2% при співвідношенні розміру СЕ при вершині тріщини до її довжини 1/5 на відміну від прямого методу [5] коли 2% досягаються тільки при значенні 1/20.

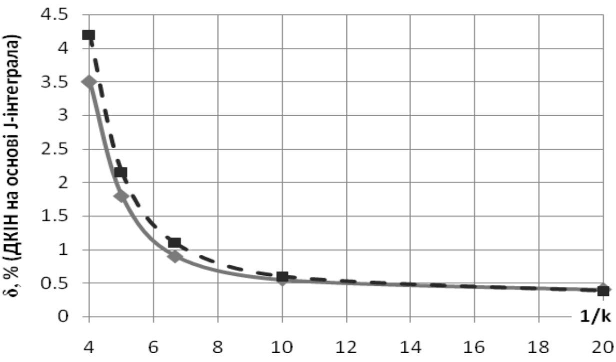


Рис. 5. Збіжність обчислення ДКІН на основі J-інтеграла

Графіки відображають збіжність ДКІН в задачах динаміки для довжини тріщини, що дорівнює 0.1 ширини пластини (штрихпунктир) та 0.5 ширини пластини (суцільна лінія).

Вірогідність обчислення величин J - інтеграла із застосуванням метода реакцій при різних швидкостях навантаження об'єкту дослідження продемонстровано на прикладі пластини з центральною тріщиною, що знаходиться під дією змінного у часі рівнорозподіленого розтягуючого тиску (рис. 6). Модуль Юнга $E=2\times10^{11}$ Па, коефіцієнт

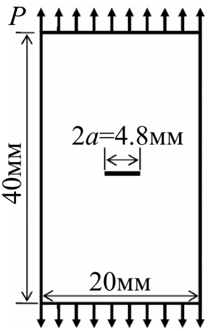


Рис. 6

Пуасона $\nu = 0.3$, щільність $\rho = 5 \times 10^3$ кг/м^3. Динамічні коефіцієнти інтенсивності напружень представлені у вигляді нормалізованих значень по відношенню до параметра $P_0(\pi a)^{1/2}$.

Розглянуто два випадки імпульсного навантаження: миттєво прикладений імпульс тиску, який зберігається на всьому часовому інтервалі дослідження (рис. 7), та у вигляді функції, що має профіль трикутника (рис. 8).

Графіки отримані в [34] показано суцільною лінією, за допомогою представленої методики (14) – кружками. Відмінність результатів для двох випадків навантажень не перевищує 1.5-2%. Аналогічні результати на основі прямого методу обчислення ДКІН представлені в роботі [5].

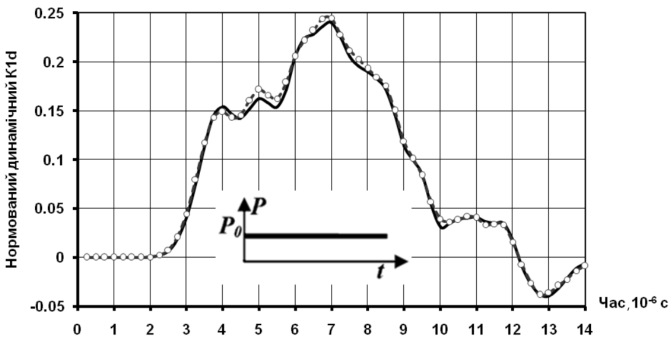


Рис. 7. Миттєво прикладений імпульс тиску

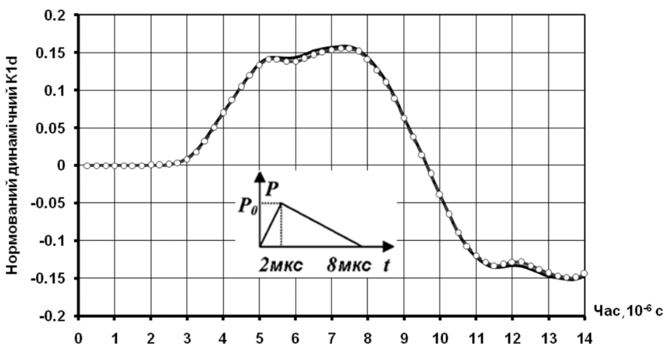


Рис. 8. Навантаження у вигляді функції, що має профіль трикутника

5. Дослідження динамічного деформування ємкості високого тиску з тріщиною.

Демонстрація можливостей підходу проведена на прикладі дослідження динамічного деформування ємкості високого тиску, що являє собою тіло обертання з кільцевою тріщиною (рис. 9).

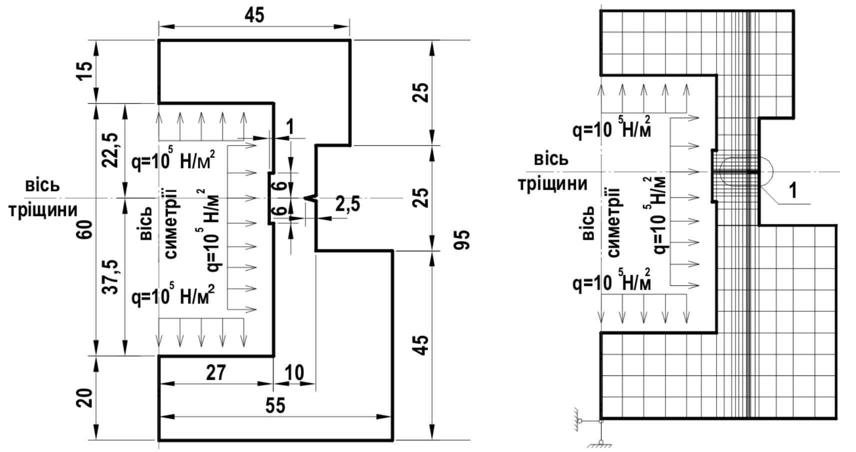


Рис. 9. Розрахункова схема

Одним із ключових питань при розгляді дії силових імпульсів є вплив зміни швидкості навантаження на напружено-деформований стан конструкції, а отже, і на параметри механіки руйнування. Проведено дослідження зміни значень динамічного КІН в залежності від швидкості приросту внутрішнього тиску (рис. 10). При характерному часі приросту навантаження до $t_0 \sim 10^{-3}$ сек значення КІН практично співпадають із статичними, починаючи з $t_0 \sim 10^{-3}$ сек динамічний КІН різко зростає і стабілізується при $t_0 \sim 10^{-4.5} \div 10^{-5}$ сек. Подальше збільшення швидкості приросту імпульсу включаючи випадок миттєвого удару $t_0 = 0$ сек не призводить до суттєвого збільшення значень КІН. При цьому величина динамічного КІН приблизно в 1.9-2.1 рази вища за статичний.

Еволюція динамічного КІН у часі представлена для двох швидкостей приросту навантаження (рис. 11).

Перший відповідає швидкості з часом приросту навантаження $t_0 \sim 3.5 \times 10^{-4}$ с, другий - миттєвому удару. Для порівняння штриховою лінією показано значення статичного КІН. Видно, що при досягненні імпульсом швидкостей, зіставних із швидкістю розповсюдження пружних хвиль у матеріалі конструкції, починає виявлятися вплив спектру високих частот власних форм досліджуваного об’єкта.

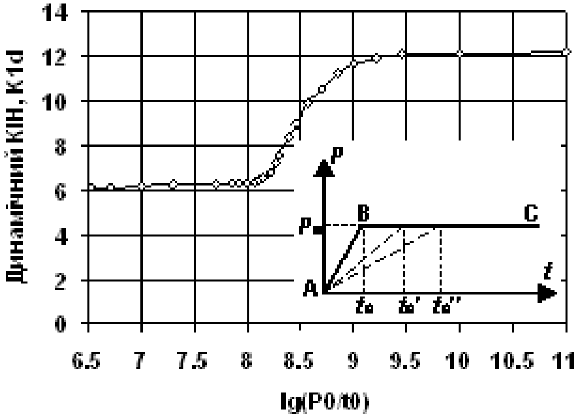


Рис. 10. Залежність ДКІН від швидкості зростання навантаження ($P_0 = 10^5$ Па)

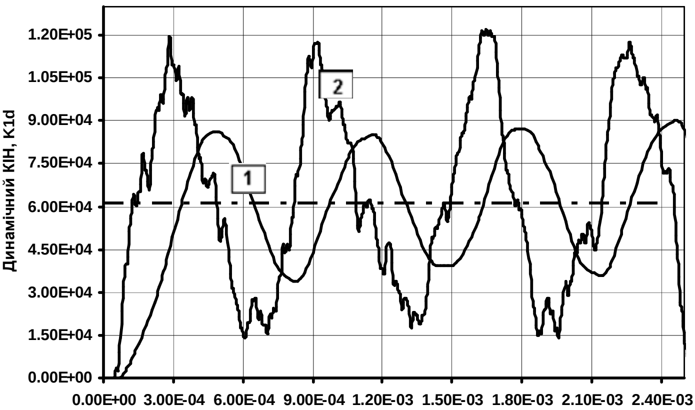


Рис. 11. Еволюція ДКІН у часі (1 – Lg(P0/t0) = 8.5, 2 - Lg(P0/t0) = 10)

Графіки максимальних динамічних КІН в залежності від довжини тріщини також представлені для різних швидкостей навантаження (рис. 12).

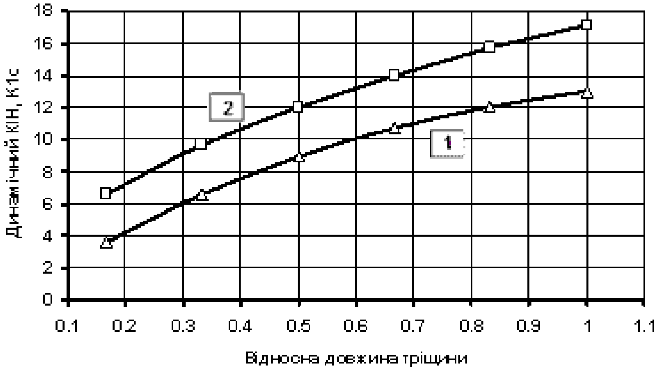


Рис. 12. Значення максимальних ДКІН для різних довжин тріщини

Висновки

Таким чином, на основі напіваналітичного методу скінченних елементів та моментної схеми скінченного елемента розроблено новий ефективний алгоритм обчислення контурного J - інтеграла для твердих тіл зі стаціонарними тріщинами, які перебувають під дією динамічного навантаження. На основі проведених досліджень доведено вірогідність та ефективність запропонованої методики. Проведено аналіз поведінки параметрів механіки руйнування у часі для ємності високого тиску з тріщиною, що знаходиться під дією силових імпульсів різної інтенсивності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Атлури С.* Вычислительные методы в механике разрушения.- Москва: Мир, 1990.- 392с., ил.
2. *Блох В.И.* Теория упругости.- Харьков: Изд-во Харьк. ун-та.- 1964. –483с.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Солодей І.І., Шевченко Ю.В.* Алгоритми розв’язання рівнянь рівноваги для динамічних задач напіваналітичним методом скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. – К.:КНУБА, Вип.79, 2006.-с.43-62.
4. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування простових тіл. Монографія. – КНУБА, 2005. – 298 с.
5. *Баженов В.А., Вабіщевич М.О., Гуляр О.І., Солодей І.І.* Особливості обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень при динамічному навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.:КНУБА, Вип.82, 2008.-с.39-47.
6. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Шкриль О.О.* Особливості визначення *J*–інтеграла в дискретних моделях метода скінченних елементів. – Опір матеріалів і теорія споруд. – № 76, 2005. – с.86-97.

7. *Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г.* Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. - Киев: Випол, 1993, 376 с.
8. *Гуляр О.І., Сахаров О.С., Пискунов С.О., Максим'юк Ю.В.* Визначення *J* - інтеграла при скінченноелементному розв'язанні задач змішаного руйнування // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.:КНУБА, Вип.82, 2008.-с.109-123.
9. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: "Наука", 1980. – 256 с.
10. *Морозов Е.М., Матвиенко Ю.Г.* Расчет энергетического интеграла для тел с вырезами и трещинами при упругопластическом деформировании. // Тр. ЦКТИ – 1988. – №246. – С. 67 – 73.
11. *Никишков Г.П., Вайншток В.А.* Метод виртуального роста трещины для определения коэфициентов интенсивности напряжений K_I и K_{II} // Проблемы прочности, 1986. – №6. – С.86-92.
12. *Никишков Г.П.* Метод эквивалентного объемного интегрирования для для расчета параметров механики разрушения несимметричных трещин. – Препринт МИФИ. – 031-87. – 20 с.
13. *Носиков А.И., Горохов М.Ю., Семенов А.С., Мельников Б.Е.* Инвариантность J-интеграла для трещины в материале с негладкой диаграммой деформирования.// Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Тр. VI Межд. конф. – С.-Петербург: СПбГТУ, 2005. – С. 350–359.
14. *Партон В.З., Морозов Е.М*. Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука. – 1985. – 504 с.
15. *Дж. Райс* Математические методы в механике разрушения. В книге: Разрушение т. 2. Математические основы теории разрушения. – М.: Мир, 1975 – 764 с.
16. *Сахаров А.С.* Моментная схема конечных элементов МСКЭ с учетом жестких смещений // Сопротивление материалов и теория сооружений. –1974. –Вып.24. –С.147-156.
17. *Сахаров А.С., Кислоокий В.Н., Киричевский В.В. и др.* Метод конечных элементов в механике твердых тел.- Киев: Вища школа, 1982.- 479с.
18. *Синайський В.М.* Определение параметров разрушения методом рентгеноструктурного анализа. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2002. – т.68. – № 4. – С.35 – 38.
19. *Сиратори М., Миеси Т., Мацусита Х.* Вычислительная механика разрушения / Пер. с японск. – М.: Мир, 1986. – 334 с.
20. *Солодей І.І.* Ефективність скінченноелементної бази напіваналітичного метода скінченних елементів для апроксимації тіл обертання та призматичних тіл в задачах динаміки // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірник / Відп. ред. В.А.Баженов. –К.:КНУБА, Вип.82, 2008.-с.154-163.
21. *Черепанов Г.П.* Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640с.
22. *Anderson T.L.* Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications. – CRC Press Boca Raton, Ann Arbor, Boston, 2000. – 793 p.
23. *Hellen T.K.* On the Method of Virtual Crack Extensions. – Int. Journal for Numerical Methods of Engineering. – Vol.9. – 1975. – pp.187–207.
24. *Kishimoto K., Aoki S., Sakata M*. On the path independent integral *J*. – Engineering Fracture Mechanics. – 1980. – V.13.– p.841–850.
25. *de Lorenci H.G.* On the Energy Release Rate and J-integral of 3–D Crack Configurations. – Int. Journal of Fracture. – Vol.19. – 1982. – pp.183–193.
26. *de Lorenci H.G.* Energy Release Rate Calculations by the Finite Element Method. – Engineering Fracture Mechanics. – Vol.21. – 1985. – pp.129–143.

27. *Murakami T., Salo T.* Three-dimensional *J*-integral calculations of path-trough surface crack problems // Comput. And Structures. – 1983. – V.17. – N 5-6. – p.731–736.
28. *Parks D.M.* A stiffness Derivative Finite Elements Technique for Determination of Crack Tip Intensity Factors // Int. Journal of Fracture. – Vol.10. – 1974.– pp.487–502.
29. *Parks D.M.* The Virtual Crack Extensions Method for Nonlinear Material Behavior. – Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – Vol.12. – 1977. – pp.353–364.
30. *Rice J.R.* A path independent integral and approximate analysis of strain concentration by notches and crack // J.Appl.Mech. , 1968. – № 35. – P.379-386.
31. *Yang Z.J, Chen J.F., Holt G.D.* Efficient evaluation of stress intensity factors using virtual crack extension technique // Computers and Structures. – v.79. –2001. –P.2705-2715.
32. *Shich G.F., Moran B., Nakamura T.* Energy Release Rate Along a Three-Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body. – Int. Journal of Fracture. – Vol.30. – 1986.– pp.79–102.
33. *Smith C.W.* Measurement of fracture parameters in three dimensional cracked body problems. //Прикладная механика – 2003, - т.39, № 5. – С.3 – 27.
34. *Yang Z. J., Deeks A. J., Hao H.* Transient Dynamic Fracture Analysis Using Scaled Boundary Finite Element Method: a Frequency-Domein Approach // Engineering Fracture Mechanics 74, 2007.-pp.669-687.
35. *Wilson W.K., Osias J.R.* A comparison of finite element solutuion for an elastric-plastic crack problem/ – Int. J.Fracture. – 14.– 1978. – PP.95-127.

Отримано 28.05.09

Рассмотрена методика определения коэффициентов интенсивности напряжений при использовании *J* – интеграла для тел с трещинами, которые находятся под действием динамического нагружения. Проведено обобщение метода реакций для вичисления *J* – интеграла на задачи динамики. На основе тестовых исследований получены параметры достоверности и эффективности предлагаемого подхода.

Methodology of stress intensity factor calculation based on the *J* – integral is considered for 3D solids with cracks under dynamic loadings. Concept generalization of Reactions method to compute *J* – integral is performed for dynamic problem. Reliability and efficiency parameters of mentioned approach are obtained with the help of test solutions.