

**УРАХУВАННЯ КРУТНОГО МОМЕНТУ ПРИ РОЗРАХУНКУ
ПОЗДОВЖНЬОГО АРМУВАННЯ ДВОВІСНО ПРАЦЮЮЧИХ
МОНОЛІТНИХ ПЛИТ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ВУДА-АРМЕРА**

Адаменко В.М.

Київський національний університет будівництва і архітектури

Двовісно працюючі монолітні залізобетонні плити широко застосовуються як у каркасно-монолітному так і в промисловому будівництві. Відповідність армування даних плит діючим внутрішнім зусиллям визначає їх надійність і довговічність.

Наявність у залізобетонних монолітних плитах крутного моменту є невід'ємним елементом роботи залізобетонних плит, що зумовлено нерівномірністю розташування опор (стін, пілонів, колон), нерівномірністю прикладення навантаження, складністю форми плит, та як наслідком, викривленням ліній головних моментів.

Найбільш очевидно вплив крутного моменту проявляється в кутових зонах спирання плит або біля точкових опор неправильної форми. У даному аспекті, досить важливо вірно оцінювати вплив крутного моменту та враховувати його наявність при армуванні плит, особливо у випадках, коли абсолютна величина крутного моменту співрозмірна із величинами згинальних моментів. Із досвіду проектування відомо, що ігнорування наявності крутного моменту призводить до надмірного тріщиноутворення, а у деяких випадках впливає на несучу здатність плит у цілому.

Традиційно, для армування монолітних залізобетонних плит у ряді програмних розрахункових комплексів, та зокрема у ПК «ЛІРА-САПР» [1], використовувалася теорія деформування залізобетону з тріщинами М.І.Карпенка [2]. Відповідно до даної теорії, підбір армування виконується на сумісну дію згинальних і крутних моментів із умов, які ґрунтуються на узагальнених рівняннях граничної рівноваги, залежно від схеми тріщин і їх орієнтації відносно напрямку арматури.

У даному випадку, спочатку встановлюються схеми тріщиноутворення елементів плит та залежно від цього, застосовуються певні алгоритми підбору поздовжнього армування. Проте, досить часто виявляються зони плит, які за критеріями не підходять до жодної з схем тріщиноутворення або в яких виникає перехід від однієї схеми тріщин до іншої, що призводить до появи перепадів у величинах підбраної арма-

тури. Особливо, це відноситься до зон плит за наявності значних крутних моментів, вплив яких зростає і за даних обставин недооцінюється.

Таким чином, враховуючи широку поширеність двовісно працюючих монолітних плит у промисловому і цивільному будівництві та недостатню вивченість їх роботи є актуальним питання дослідження впливу крутного моменту на армування залізобетонних монолітних плит.

У даній роботі аналізуються теоретичні засади розрахунку та армування двовісно працюючих залізобетонних плит за методом Вуда-Армера [4, 5]. За допомогою програмного комплексу «ЛІРА-САПР 2013» досліджується вплив крутного моменту при розрахунках поздовжнього армування вільно опертої по чотирьом сторонам прямокутної двовісно працюючої плити за методом Вуда-Армера. Результати армування співставленні з аналогічними, отриманими на основі теорії М.І.Карпенка [2].

Метод Вуда-Армера [5, 6] базується на роботі Хілерборга [4] і принципово дає можливість оптимізувати сумарні витрати арматури за двома ортогональними напрямками армування плит.

Умова текучості арматури (міцності) двовісно працюючих плит по похилій тріщині, сформульована Іогансеном (K.W.Johansen) у припущенні, що арматура обох напрямків, яка перетинає тріщину, досягає границі текучості:

$$m_{un} = m_{ux} \cos^2 a + m_{uy} \sin^2 a, \quad (1)$$

де: m_{ui} – граничні моменти, які відповідають зусиллям текучості арматури за напрямками i у відповідній системі координат: $(x; y)$ або $(n; t)$; a – кут нахилу арматури до площадки текучості (відповідає відносному куту повороту систем координат $(x; y)$ та $(n; t)$).

Міцність перерізу плити буде забезпечена за умови: $m_{un} > m_n$, яка з урахуванням залежності для повороту осей, набуває вигляду:

$$m_{ux} \cos^2 a + m_{uy} \sin^2 a \geq m_x \cos^2 a + m_y \sin^2 a + m_{xy} \sin 2a, \quad (2)$$

де: m_i – діючі внутрішні зусилля за напрямками i в відповідній системі координат: $(x; y)$ або $(n; t)$.

Після тригонометричних перетворень, за умови мінімуму виразу (2), отримують:

$$\begin{aligned} m_{ux} &= m_x + \operatorname{tga} \cdot m_{xy} = m_x + k \cdot |m_{xy}|; \\ m_{uy} &= m_y + \frac{1}{\operatorname{tga}} \cdot m_{xy} = m_y + \frac{1}{k} \cdot |m_{xy}|. \end{aligned} \quad (3)$$

Мінімальне значення вирази (3) приймають при $a = 45^\circ$, таким чином, при підборі армування Вуд рекомендує [5] приймати $k = tg45^\circ = 1$, що дозволяє оптимізувати сумарні витрати арматури. У випадках, коли моменти m_i різних знаків, результати підбору нижньої і верхньої арматури можуть конфліктувати між собою. У цьому разі, Вуд запропонував приймати m_{ux} або m_{uy} рівним нулю, і таким чином, із виразів (3) визначати відповідне значення $k = tga$.

Нижнє армування плит (моменти додатні) визначають із виразів:

$$m_{ux} = m_x + |m_{xy}|; \quad m_{uy} = m_y + |m_{xy}|. \quad (4)$$

Якщо значення m_{ux} або m_{uy} виявилось від'ємним, то негативний момент приймають рівним нулю, а інший визначають із виразів:

$$m_{ux} = m_x + \left| \frac{m_{xy}^2}{m_y} \right|; \quad m_{uy} = 0 \text{ та } m_{ux} = 0; \quad m_{uy} = m_y + \left| \frac{m_{xy}^2}{m_x} \right|. \quad (5)$$

Якщо обидва моменти виявилися від'ємними, то переріз арматури приймають рівним мінімальному відсотку армування.

Верхнє армування плит (моменти від'ємні) визначають із виразів:

$$m'_{ux} = m_x - |m_{xy}|; \quad m'_{uy} = m_y - |m_{xy}|. \quad (6)$$

Якщо значення m'_{ux} або m'_{uy} виявилось додатним, то позитивний момент приймають рівним нулю, а інший визначають із виразів:

$$m'_{ux} = m_x - \left| \frac{m_{xy}^2}{m_y} \right|; \quad m'_{uy} = 0 \text{ та } m'_{ux} = 0; \quad m'_{uy} = m_y - \left| \frac{m_{xy}^2}{m_x} \right|. \quad (7)$$

Якщо обидва моменти виявилися додатними, то переріз арматури приймають рівним мінімальному відсотку армування.

Слід відзначити, що у відповідності до виразів (4, 6), крутий момент, за величин співрозмірних із значеннями згинальних моментів, може призвести до необхідності встановлення як верхнього так і нижнього армування.

Для практичного дослідження впливу крутного моменту на армування двовісно працюючих плит, найбільш показовою є вільно оперта по чотирьом сторонам прямокутна плита, в якій наявні зони за різних співвідношень згинальних та крутних моментів.

Розподіл ізоліній головних моментів для прямокутної вільно опертої по контуру двовісно працюючої плити, отриманий за допомогою

ліцензійного програмного комплексу «ЛІРА-САПР 2013», приведено на рис. 1.

Як випливає із рис. 1, характерною особливістю роботи таких плит, є відхилення ліній головних моментів біля кутових опор плити. У даних зонах, головні вісі зорієнтовані по відношенню до вісей декартової системи координат під кутом, близьким до 45° . Натомість, у центральній частині плити, лінії головних моментів вирівнюються, а головні вісі співпадають із вісями декартової системи координат.

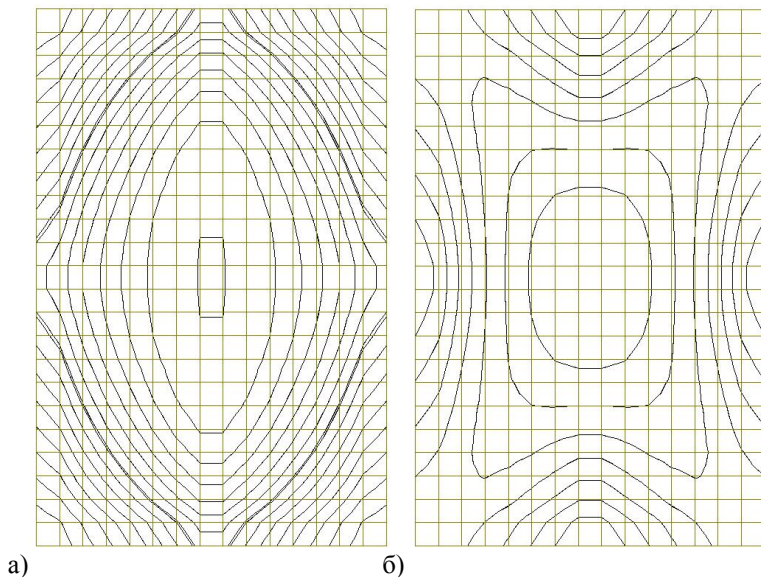


Рис. 1. Ізолінії головних моментів прямокутної вільно опертої по контуру двовісно працюючої плити:

а) на нижній поверхні плити; б) на верхній поверхні плити

Розподіл моментів, визначених відносно вісей ортогональної системи координат, напрямки яких співпадають із напрямками армування, дозволяє встановити три характерні зони співвідношень згинальних та крутних моментів. У кутових зонах спірання плити, крутні моменти набувають максимальних значень, відповідно згинальні моменти близькі до нуля. У центральній частині плити, крутні моменти відсутні, а згинальні – набувають максимальних значень. На інших ділянках плити, крутні та згинальні моменти знаходяться за певних співвідношень.

Таким чином, для практичного підбору армування визначено три характерні зони: у кутовій зоні спірання плити, на чверті прольоту та

по центру плити (табл. 1). Розрахунок армування виконано з допомогою ПК «ЛІРА-САПР 2013» за методом Вуда-Армера [5, 6] та теорією М.І.Карпенка [2], відповідно до норм СНиП 2.03.01-84* [7] та СП 63.13330.2012 [8]. Результати співставленні з розрахунками за ДБН В.2.6-98:2009 [3], виконаними за деформаційною теорією.

Таблиця 1
Розрахунок армування прямокутної вільно опертої по контуру плити

Мх, кНм	Му, кНм	Мху, кНм	Засіб	Норми	Теорія	Аsh, х, см ² / м	Аsb, х, см ² / м	Аsh, у, см ² / м	Аsb, у, см ² / м
СЕ 1, у кутовій зоні спирання плити									
0,14	0,12	-4,68	Вручну	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	1,53	0,98	1,53	0,98
0,14	0,12	-4,68	ПК Ліра	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	1,32	1,08	1,32	1,08
0,14	0,12	-4,68	ПК Ліра	СНиП [7]	[2]	2,25	2,13	2,24	2,13
0,14	0,12	-4,68	ПК Ліра	СП [8]	[2]	2,21	2,09	2,20	2,10
0,14	0,12	-4,68	ПК Ліра	ДБН [3]	Деформ.	min	min	min	min
СЕ 74, на чверті прольоту плити									
3,74	2,47	-2,32	Вручну	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	1,94	min	1,53	min
3,74	2,47	-2,32	ПК Ліра	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	2,04	min	1,56	min
3,74	2,47	-2,32	ПК Ліра	СНиП [7]	[2]	1,91	min	1,58	min
3,74	2,47	-2,32	ПК Ліра	СП [8]	[2]	1,89	min	1,56	min
3,74	2,47	-2,32	ПК Ліра	ДБН [3]	Деформ.	1,87	min	1,55	min
СЕ 173, по центру плити									
7,69	4,04	0,00	Вручну	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	2,48	min	1,28	min
7,69	4,04	0,00	ПК Ліра	СНиП [7]	Вуда [5, 6]	2,52	min	1,32	min
7,69	4,04	0,00	ПК Ліра	СНиП [7]	[2]	2,49	min	1,31	min
7,69	4,04	0,00	Вручну	СНиП [7]	-	2,48	min	1,28	min
7,69	4,04	0,00	ПК Ліра	СП [8]	[2]	2,47	min	1,30	min
7,69	4,04	0,00	ПК Ліра	ДБН [3]	Деформ.	2,44	min	1,28	min

У числових дослідженнях розглянуто прямокутну монолітну залізобетонну вільно оперту по контуру плиту, із розмірами 3х4,6м, товщиною 120 мм, виготовлену із бетону класу С 20/25, із захисним шаром бетону $a = 20$ мм. Плита армована арматурою періодичного профілю А400С, $f_{yd}=364$ МПа, $E_s=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Характеристичне значення навантаження на 1 м² плити прийнято на рівні 8,8 кН/м² (у т.ч. 2 кН/м² – корисне навантаження). Граничне роз-

рахункове навантаження – $10,87 \text{ кН/м}^2$ (з урахуванням коефіцієнта відповідальності $\gamma_n=1,1$, як для будівлі класу наслідків СС2, конструкцій категорії А).

Результати підбору армування плити приведено у табл. 1 ($A_{ш,x}$; $A_{ш,y}$ – переріз нижньої арматури за напрямками x та y відповідно; $A_{св,x}$; $A_{св,y}$ – переріз верхньої арматури за напрямками x та y).

Як впливає із табл. 1, для скінченного елемента 173, розміщеного по центру плити, крутний момент відсутній, а згинальні – мають максимальні значення. Результати підбору армування за нормами СНиП [7], СП [8] та ДБН [3] практично співпадають, відхилення значень не перевищує 3%. Результати розрахунків, виконаних вручну підтвердили аналогічні значення, отримані за допомогою ПК «ЛІРА».

Для СЕ 74, розташованого на чверті прольоту плити, як крутні, так і згинальні моменти набувають однаково великих значень, однак, за абсолютною величиною крутний момент є меншим аніж згинальні. У даному випадку, результати армування за різними нормами, також, показали досить добру збіжність. Так, по результатам ручних розрахунків за методом Вуда-Армера [5, 6] і відповідних розрахунків по теорії М.І.Карпенка [2] за нормами СНиП [7] і СП [8], та деформаційним методом норм ДБН [3], відхилення значень складає менш аніж 4%. Аналогічне відхилення для значень, отриманих за методом Вуда-Армера [5, 6], за допомогою ПК «ЛІРА» склало 9%.

Згинальні моменти для СЕ 1, розташованого у кутовій зоні спираючої плити, практично нульові, у той час, як крутний момент набув максимального значення. За даних обставин, результати армування виявилися неоднозначними. Розрахунок армування по нормам СНиП [7] за методом Вуда-Армера [5, 6] і теорією М.І.Карпенка [2] відрізняється на 97%, тобто практично у 2 рази. У даному випадку, розрахунок за методом Вуда-Армера [5, 6] виявився більш економічним. Показово, що розрахунок за нормами ДБН [3], за практично нульових значень згинальних моментів, взагалі не вимагає постановки розрахункового армування. Проте, у даному випадку, по конструктивним вимогам необхідне мінімальне армування плити складає $0,13\%$, тобто $1,56 \text{ см}^2/\text{м}$, що для вісі x співпадає із результатами розрахунків за методом Вуда-Армера [5, 6], виконаних вручну.

Висновок

За результатами проведеного дослідження встановлено наступне:
- при відсутності або незначних крутних моментах (менших аніж значення згинальних моментів), розрахунки армування за методом Ву-

да-Армера [5, 6], теорією М.І.Карпенка [2] та деформаційним методом норм ДБН [3], показують добру збіжність, максимальне відхилення результатів не перевищує 4%.

- за наявності значних крутних моментів, метод Вуда-Армера [5, 6], порівняно із іншими методами розрахунків, призводить до більш раціонального армування плит, зокрема, близько двох разів, у порівнянні із результатами, отриманими за теорією М.І.Карпенка;

- на відміну від інших методів розрахунків, метод Вуда-Армера дає можливість врахувати наявність крутних моментів на основі простих залежностей, що дозволяє виконувати ручний контроль результатів.

Summary

Influence of torsional moment on the reinforcement of two-way slabs is investigated using a method developed by Wood and Armer with the help of «LIRA-SAPR 2013» software package. The area of reinforcement is compared with the steel area obtained from equations based on N.I.Karpenko theory.

Література

1. Программный комплекс ЛИРА-САПР® 2013: Учебное пособие / Городецкий Д.А., Барабаш М.С. и др.; Под ред. Городецкого А.С. – К. –М.: Электронное издание, 2013, – 376 с. 2. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 204 с. 3. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. -Київ: Мінрегіонбуд, 2011. – 71 с. 4. Hillerborg A. Reinforcement of Slabs and Shells Designed According to the Theory of Elasticity. *Betong*, Vol. 38, No. 2, 1953, pp. 101-109. (Translated by Building Research Station, Watford, Hertfordshire, England, 1962. Library Communication 1081). 5. Wood R. H. The Reinforcement of Slabs in Accordance with a Pre-determined Field of Moments. *Concrete*, Vol. 2, No. 2, Feb. 1968, pp. 69-76. 6. Armer G. S. T. Contribution to Discussion on Ref. 10, *Concrete*, Vol. 2, No. 8, Aug. 1968, pp. 319-320. 7. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80с. 8. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения / Минрегион России. – М.: 2012. – 156с.