

## Моделювання технологічних процесів

УДК 531+[621.86.06+627.87.]001.24

Ю.В. Човнюк, к.т.н., доцент,  
М.Г. Діктерук, к.т.н., доцент,  
К.І. Почка, к.т.н., доцент

### АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАВАНТАЖЕНЬ ТА ПАРАМЕТРІВ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМІВ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИХ МАШИН

*АННОТАЦІЯ.* Наведені аналітичні методи розрахунку навантажень та параметрів нестационарних коливань (режими пуску/гальмування) механізмів підйомно-транспортних машин. Досліджені вимушені коливання вказаних лінійних механічних систем з одним ступенем вільності руху при їх проходженні через резонанс. Задача Коші для диференціального рівняння коливань за лінійного закону зміни частоти вимушеної сили розв'язана у термінах інтегралу ймовірностей від комплексного аргументу.

*Ключові слова:* розрахунок, навантаження, підйомно-транспортні машини, коливання.

*АННОТАЦИЯ.* Приведены аналитические методы расчёта нагрузок и параметров нестационарных колебаний (режимы пуска/торможения) механизмов подъёмно-транспортных машин. Исследованы вынужденные колебания указанных линейных механических систем с одной степенью свободы движения при их переходе через резонанс. Задача Коши для дифференциального уравнения колебаний при линейном законе изменения частоты вынуждающей силы решена в пределах интеграла вероятностей от комплексного аргумента.

*Ключевые слова:* расчёт, нагрузка, подъёмно-транспортные машины, колебания.

*ANNOTATION.* Analytical methods of loads' and transient oscillations parameters' (starting and braking modes) calculations as to the mechanisms of hoisting transport machines are presented. Constrained oscillations of the mentioned linear mechanical systems with one dimensional motion when passing over resonance are examined. Cauchy problem for differential equation of oscillations grounded on the linear law of the constraining force frequency change are solved within the probability integral with complex argument.

*Key words:* calculation, load, hoisting-transport machines, oscillation.

**Постановка проблеми.** Вивчення нестационарних коливних процесів у механізмах підйомно-транспортних машин (ПТМ), як у механічних деформованих системах, представляє значний інтерес для сучасної техніки у зв'язку з суттєвим збільшенням потужностей та швидкостей руху вказаних машин.

Нестационарні коливання елементів механізмів ПТМ виникають при неусталених режимах їх роботи, у процесах пуску та гальмування, при балансуванні та інше.

Найбільш повно вивчені нестационарні коливання при переході через резонанс лінійних механічних систем. Однак вичерпного розв'язку, доведеного до практичних застосувань, для багатьох лінійних задач, зокрема, щодо механізмів ПТМ, ще не було отримано.

Для того, щоб отримати розв'язок у замкненому вигляді, необхідно використовувати спрощені розрахункові схеми та уявлення про зовнішні впливи. Найбільш простою і у той самий час розповсюдженою є розрахункова схема, що складається (наприклад, для аналізу динаміки механізму підйому/транспортування вантажу мостовими кранами – система “вантажний візок–канат (гнучкий)–вантаж”) з двох мас, які з'єднані одним пружним ланцюгом. Як правило, у таких задачах для врахування розсіювання енергії коливань застосовується теорія в'язкого тертя. Саме такий підхід реалізований у даній роботі.

**Огляд публікацій по темі дослідження.** За змістом [1] динамічні моделі ПТМ можуть бути розділені на детерміновані, стохастичні та евристичні. У даній роботі розглядаються



перші, для яких зовнішні впливи та параметри моделі розраховуються як не випадкові величини і функції [2, 3]. У деяких дослідженнях частота і форма коливань вважаються незалежними від дисипативних сил [4]. Цій концепції відповідає комплексна теорія затухання коливань, згідно з котрою сила непружного опору залежить від деформації і зсунута по фазі на  $90^\circ$ . У розрахунковому сенсі більш зручною є гіпотеза в'язкого внутрішнього тертя, згідно з якою сила опору пропорційна швидкості деформації. При цьому вважають [1], що паралельно пружному ланцюгу приєднується ланцюг з елементом в'язкого тертя. У цьому випадку зусилля у пружному ланцюгу (навантаження) визначається як добуток коефіцієнта жорсткості на абсолютну деформацію. Стосовно ПТМ обидві гіпотези дають близькі результати, якщо параметри затухання беруться з дослідних даних.

Управлінські моделі мостових кранів з одноканатною підвіскою вантажу у вигляді дискретної маси досить детально розглянуті у літературі [5, 6].

Навантажувальні моделі мостових кранів з одноканатною підвіскою вантажу й дискретними приведеними масами розглянуті у роботах [3, 6, 7].

Нестационарні коливання механічних систем всебічно й детально досліджені у [8]. Результати робіт [1-8] будуть використані у даному дослідженні.

**Мета даної роботи** полягає у обґрунтуванні аналітичних методів розрахунку навантажень та параметрів нестационарних коливань механізмів ПТМ в межах моделей роботи [1] методами, розвиненими у [8].

**Виклад основного матеріалу.**

**1. Узагальнена модель для розрахунку навантажень у ПТМ В.І. Брауде-М.С. Тер-Мхітарова [1].**

Для того, щоб отримати розв'язок у замкненому виді, необхідно використовувати спрощені розрахункові схеми та уявлення про зовнішні впливи. Найбільш простою і у той самий час розповсюдженою є розрахункова схема, що складається з двох мас, які з'єднані одним пружним ланцюгом (спрощена модель функціонування, наприклад, мостових кранів). Процес навантаження навіть у найпростішій двомасовій розрахунковій схемі має складний характер. Це пояснюється тим, що при кожному пуску й гальмуванні системи виникають вимушені пружні коливання мас з відповідними (часто випадковими) початковими умовами. Якщо у розглядуваній задачі для врахування розсіювання енергії коливань застосовується теорія в'язкого тертя, тоді деформація пружного ланцюга  $q = q_1 - q_2$  (де  $q_1$  – переміщення ведучої маси  $m_1$  (наприклад, вантажний візок мостового крана), а  $q_2$  – переміщення веденої маси  $m_2$  (вантаж на канаті)), зв'язана з навантаженням  $S_y$  у ланцюгу формулою  $S_y = q \cdot c$  ( $c$  – коефіцієнт жорсткості), визначається у результаті розв'язку диференціального рівняння:

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + \nu_r^2 \cdot q = \frac{1}{m_1 \cdot m_2} \cdot A(t), \quad (1)$$

де  $n$  – параметр, що характеризує затухання коливань,  $n = \frac{\mu \cdot (m_1 + m_2)}{(2 \cdot m_1 \cdot m_2)}$ ;  $\nu_r$  – кругова

частота вільних коливань відповідної консервативної системи,  $\nu_r = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$ ;  $A(t)$  –

зовнішній вплив;  $A(t) = m_2 \cdot S_o(t) + m_1 \cdot S_0(t)$  ( $S_o(t)$  – зусилля двигуна чи гальм,  $S_0(t)$  – опір руху);  $\mu$  – коефіцієнт непружного опору.

Детермінований розв'язок рівняння (1) складається із загального розв'язку відповідного однорідного рівняння (перший доданок) і частинного розв'язку неоднорідного (другий доданок):

$$q(t) = \exp(-n \cdot t) \cdot \left[ q_0 \cdot \left( \cos v_0 \cdot t + \frac{n}{v_0} \cdot \sin v_0 \cdot t \right) + \frac{\dot{q}_0}{v_0} \cdot \sin v_0 \cdot t \right] + \frac{1}{v_0 \cdot m_1 \cdot m_2} \cdot \int_0^t [A(\tau) \cdot \exp[-n \cdot (t - \tau)] \cdot \sin v_0 \cdot (t - \tau)] d\tau. \quad (2)$$

У цій формулі  $q_0$  та  $\dot{q}_0$  – початкові значення пружної деформації та її швидкості, а  $v_0 = \sqrt{v_r^2 - n^2}$ .

У подальшому розглядаємо процеси пуску/гальмування механізмів ПТМ, за яких  $S_0(t) \neq 0$ ,  $S_0(t) \rightarrow 0$ .

## **2. Інтегрування диференціального рівняння коливань механізмів ПТМ за лінійного закону зміни частоти вимушеної сили.**

Розглянемо у відповідності з [8] нестационарний процес у механізмах ПТМ як у лінійних системах з одним ступенем вільності руху, припускаючи, що джерело енергії має досить велику потужність. Тоді:

$$\frac{1}{m_1} \cdot S_0(t) = P(t) \cdot \cos(\theta(t)), \quad (3)$$

де  $P(t)$  – амплітуда вимушеної сили, віднесена до одиниці маси (вантажного візка мостового крану). При цьому частота зовнішньої сили  $\nu = \frac{d\theta}{dt}$  є деякою функцією часу  $t$ . У найпростішому випадку це лінійна функція:

$$\nu(t) = \varepsilon \cdot t, \quad (4)$$

де  $\varepsilon$  – швидкість зміни частоти  $\nu(t)$ .

У подальшому буде видно, що  $\nu(t)$  може змінюватись як завгодно у порівнянні з “природною одиницею часу” (період власних коливань) розглядуваної лінійної системи. У випадку нелінійної системи частоту  $\nu$  будемо вважати повільно змінною величиною у вказаному вище сенсі. Проінтегруємо рівняння (1) з урахуванням (3) при  $S_0(t) \rightarrow 0$ . Попередньо замість  $q$  введемо:

$$q \equiv \varphi = \operatorname{Re} \psi \quad (5)$$

і задовольняє диференціальному рівнянню:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + 2 \cdot n \cdot \frac{d\psi}{dt} + v_r^2 \cdot \psi = P(t) \cdot e^{-i \cdot \theta(t)}; \quad i^2 = -1. \quad (6)$$

За допомогою методу варіації довільних сталих за нульових початкових умов  $q_0|_{t=0} = \dot{q}_0|_{t=0} = 0$  з (6) маємо:

$$\psi(t) = \frac{1}{k} \cdot \int_0^t P(\bar{t}) \cdot \exp\{-i \cdot \theta(\bar{t}) - n \cdot (t - \bar{t})\} \cdot \sin[k \cdot (t - \bar{t})] d\bar{t}, \quad (7)$$

де  $k = \sqrt{v_r^2 - n^2} \equiv v_0$ ;  $\theta(t) = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} + \delta$ ;  $\delta$  – початкова фаза. (Тут для зручності введені позначення роботи [8]).

Інтеграл (7) не виражається через найпростіші функції у замкненій формі, а його чисельний розрахунок наштовхується на певні труднощі, оскільки підінтегральна функція є швидкозмінною (має значні/високі частоти осциляції). Нижче наведений розв’язок задачі, який виражається через інтеграл ймовірностей від комплексного аргументу  $W(z)$ , для котрого існують досить детальні таблиці [9]. Застосування табульованої функції  $W(z)$  для обчислення інтегралу (7) значно скорочує трудомісткість обчислень у порівнянні з чисельним інтегруванням чи використанням збіжних або асимптотичних рядів.



Представляючи у (7) синус за допомогою показникових функцій за відомими тотожностями Ейлера і виносячи за знак інтегралу множники, які не залежать від  $t$ , матимемо:

$$\begin{aligned} \psi(t) = & \frac{1}{2 \cdot i \cdot k} \cdot \exp\{(i \cdot k - n) \cdot t - i \cdot \delta\} \cdot \int_0^t P(\tau) \cdot \exp\left[-i \cdot \frac{\varepsilon \cdot \tau^2}{2} - (i \cdot k - n) \cdot \tau\right] d\tau - \\ & - \frac{1}{2 \cdot i \cdot k} \cdot \exp[-i \cdot \delta - (i \cdot k + n) \cdot t] \cdot \int_0^t P(\tau) \cdot \exp\left[-i \cdot \frac{\varepsilon \cdot \tau^2}{2} + (i \cdot k + n) \cdot \tau\right] d\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

Введемо замість  $\tau$  нові змінні, а саме у першому і у другому інтегралі покладемо відповідно:

$$v = \frac{(i-1)}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot (\varepsilon \cdot \tau + k + i \cdot n); \quad u = \frac{(1-i)}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot (\varepsilon \cdot \tau - k + i \cdot n). \quad (9)$$

Підстановка (9) у (8) дає:

$$\psi(t) = \frac{(i-1)}{2 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot \left[ \exp(-v^2) \cdot \int_{v_0}^v P \cdot \exp(v^2) dv + \exp(-u^2) \cdot \int_{u_0}^u P \cdot \exp(u^2) du \right] \cdot \exp[-i \cdot (\theta(t))], \quad (10)$$

де  $u_0$  та  $v_0$  – значення  $u$  та  $v$  при  $t = 0$ :

$$u_0 = \frac{(1-i)}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot (i \cdot n - k); \quad v_0 = \frac{(i-1)}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot (i \cdot n + k); \quad (11)$$

$$(i \cdot k - n) \cdot t - i \cdot \delta = -i \cdot \theta(t) - v^2 + v_0^2 \quad \text{при} \quad \tau = t; \quad (12)$$

$$-i \cdot \frac{\varepsilon \cdot \tau^2}{2} - (i \cdot k - n) \cdot \tau = v^2 - v_0^2; \quad d\tau = -\frac{(1+i)}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot dv; \quad (13)$$

$$-(i \cdot k + n) \cdot t - i \cdot \delta = -i \cdot \theta(t) - u^2 + u_0^2 \quad \text{при} \quad \tau = t; \quad (14)$$

$$-i \cdot \frac{\varepsilon \cdot \tau^2}{2} + (i \cdot k + n) \cdot \tau = u^2 - u_0^2; \quad d\tau = \frac{(1+i)}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot du. \quad (15)$$

Вводячи позначення:

$$\tilde{A}(t) = \frac{(i-1)}{2 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot \left[ \exp(-v^2) \cdot \int_{v_0}^v P \cdot \exp(v^2) dv + \exp(-u^2) \cdot \int_{u_0}^u P \cdot \exp(u^2) du \right], \quad (16)$$

подамо (10) у вигляді:

$$\psi(t) = \tilde{A}(t) \cdot \exp[-i \cdot (\theta(t))], \quad (17)$$

або після виділення дійсної частини у відповідності з (5) розв'язок диференціального рівняння (6) у виді:

$$\psi(t) = |\tilde{A}(t)| \cdot \cos[\theta(t) + \delta_1(t)]. \quad (18)$$

Тут

$$\delta_1(t) = -\arctg \left[ \frac{\text{Im} \tilde{A}(t)}{\text{Re} \tilde{A}(t)} \right], \quad (19)$$

де  $\text{Re} \tilde{A}(t)$  та  $\text{Im} \tilde{A}(t)$  – дійсна та уявна частини  $\tilde{A}(t)$ .

З (18) випливає, що  $|\tilde{A}(t)|$  представляє собою амплітуду вимушених коливань, які відбуваються зі змінною частотою. Іншими словами,  $|\tilde{A}(t)|$  є огибаючою кривої коливального процесу.

### **3. Проходження системи через резонанс при зростанні частоти вимушеної сили.**

#### **3.1. Розглянемо спочатку випадок, коли $P$ не залежить від $t$ .**

Тоді, використовуючи результати [8], маємо:

$$\tilde{A}(t) = \frac{(1+i) \cdot P}{4 \cdot k} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon}} \cdot [W(u) + W(v) - W(u_0) \cdot \exp(u_0^2 - u^2) - W(v_0) \cdot \exp(v_0^2 - v^2)];$$

$$W(z) = \exp(-z^2) \cdot \left[ 1 + \frac{2 \cdot i}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z \exp(z^2) dz \right].$$
(20)

При  $0 \leq t < \infty$  для амплітуди нестационарних коливань системи з одним ступенем вільності руху при проходженні через резонанс матимемо:

$$|\tilde{A}(t)| = \frac{P}{2 \cdot k \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(u) + W(v) - W(u_0) \cdot \exp(u_0^2 - u^2) - W(v_0) \cdot \exp(v_0^2 - v^2)|.$$
(21)

Відносний динамічний коефіцієнт при нестационарних коливаннях має вид:

$$\beta = \frac{|\tilde{A}(t)|}{A_0} = \frac{n}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(u) + W(v) - W(u_0) \cdot \exp(u_0^2 - u^2) - W(v_0) \cdot \exp(v_0^2 - v^2)|,$$
(22)

де  $A_0$  – амплітуда коливань при усталеному резонансі ( $A_0 = \frac{P}{2 \cdot n \cdot k}$ ).

### 3.2. Розглянемо випадок, коли $P$ залежить від $t$ .

Якщо знехтувати тангенціальною складовою сили інерції неврівноваженої маси, що обертається, тоді амплітуда збурюючої сили може бути подана виразом:

$$P(t) = q \cdot \varepsilon^2 \cdot t^2,$$
(23)

де  $q$  – коефіцієнт пропорційності.  $q = \frac{P}{k^2}$ , тобто  $q$  є статичним відхиленням системи від положення рівноваги під дією сили  $P = q \cdot k^2$ , що відповідає резонансу ( $\omega \approx k$ ).

Слід зазначити, що

$$u + v - 2 \cdot (u_0 + v_0) = \frac{(1-i)}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot k.$$
(24)

Враховуючи те, що

$$\int_z^{i\infty} e^{z^2} dz = i \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot W(z) \cdot e^{z^2},$$
(25)

для  $\tilde{A}(t)$  у цьому випадку матимемо:

$$\tilde{A}(t) = (i-1) \cdot q \cdot \frac{\sqrt{\pi \cdot \varepsilon}}{4 \cdot k} \times$$

$$\times \left\{ \begin{aligned} &(2 \cdot u_0^2 - 1) \cdot [W(u) - W(u_0) \cdot \exp(u_0^2 - u^2)] + \frac{2 \cdot i \cdot u_0}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(u_0^2 - u^2) + \\ &+ (2 \cdot v_0^2 - 1) \cdot [W(v) - W(v_0) \cdot \exp(v_0^2 - v^2)] + \frac{2 \cdot i \cdot v_0}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(v_0^2 - v^2) + 2 \cdot \frac{(1+i)}{\sqrt{\pi \cdot \varepsilon}} \cdot k \end{aligned} \right\}.$$
(26)

Звідси динамічний коефіцієнт при нестационарних коливаннях ( $0 \leq t < \infty$ ):

$$\lambda_t = \frac{|\tilde{A}(t)|}{\left(\frac{P}{k^2}\right)} = \frac{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}}{4 \cdot k} \cdot \left| \begin{aligned} &(1+i) \cdot \frac{2 \cdot k}{\sqrt{\pi \cdot \varepsilon}} + (2 \cdot u_0^2 - 1) \cdot W(u) + (2 \cdot v_0^2 - 1) \cdot W(v) + \\ &+ \left[ \frac{2 \cdot i \cdot u_0}{\sqrt{\pi}} - (2 \cdot u_0^2 - 1) \cdot W(u_0) \right] \cdot \exp(u_0^2 - u^2) + \\ &+ \left[ \frac{2 \cdot i \cdot v_0}{\sqrt{\pi}} - (2 \cdot v_0^2 - 1) \cdot W(v_0) \right] \cdot \exp(v_0^2 - v^2) \end{aligned} \right|.$$
(27)

### 4. Проходження системи через резонанс при зменшенні частоти вимушеної сили.

На відміну від випадку, розглянутого у пункті 3, тут  $t$  змінюється від  $-\infty$  до 0, що відповідає зменшенню частоти вимушеної сили. У якості початкових умов приймаємо:



$$\psi = 0; \quad \dot{\psi} = 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow -\infty. \quad (28)$$

Тоді впливом початкових умов на розвиток коливань у області резонансу нехтуємо.

Для  $\psi(t)$  маємо:

$$\psi(t) = \frac{1}{k} \cdot \int_{-\infty}^t P(\tau) \cdot \exp\{-i \cdot \theta(\tau) - n \cdot (t - \tau)\} \cdot \sin[k \cdot (t - \tau)] d\tau. \quad (29)$$

При  $P = const$  й заміні  $u_0 \rightarrow u_\infty$  та  $v_0 \rightarrow v_\infty$ , котрі є значеннями змінних  $u$  та  $v$  при  $t \rightarrow -\infty$ , матимемо:

$$\tilde{A}(t) = \frac{(1+i) \cdot P}{4 \cdot k} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon}} \cdot [W(u) + W(v) - W(u_\infty) \cdot \exp(u_\infty^2 - u^2) - W(v_\infty) \cdot \exp(v_\infty^2 - v^2)]. \quad (30)$$

Після деяких спрощень вираз (30) набуває вигляду:

$$\tilde{A}(t) = \frac{(1+i) \cdot P}{4 \cdot k} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon}} \cdot [W(u) - W(-v)]. \quad (31)$$

Звідси відносний динамічний коефіцієнт:

$$\beta = \frac{\tilde{\mu}}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(u) - W(-v)| = \frac{n}{\sqrt{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(u) - W(-v)|, \quad (32)$$

де  $\tilde{\mu}$  – коефіцієнт, що характеризує затування [8].

### **5. Застосування формули А.М. Каца [10] для визначення максимальних значень динамічних коефіцієнтів при нестационарних коливаннях та їх графічне зображення.**

Використовуючи подані вище позначення, умови резонансу у системі можна за А.М. Кацом [10] визначити наступними співвідношеннями:

$$\frac{v_{рез}}{k} = \xi_m = 1 \pm \frac{1,0854}{\frac{k}{2 \cdot \sqrt{\varepsilon}} \cdot \left(1 + 0,28 \cdot \frac{n}{\sqrt{\varepsilon}}\right)^2}; \quad h = \frac{n}{\sqrt{\varepsilon}}; \quad \lambda^0 = \frac{k}{\tilde{\mu}}; \quad \tilde{\mu} = 2 \cdot n, \quad (33)$$

де  $v_{рез}$  – резонансна частота коливань системи.

Тоді відносний динамічний коефіцієнт  $\beta$  приймає вид:

$$\beta = (1 + \alpha) \cdot \beta^0; \quad (34)$$

$$\beta^0 = h \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(-v)|; \quad \alpha = \frac{|W(u) - W(-v)|}{|W(-v)|} - 1; \quad -\infty \leq t < 0. \quad (35)$$

Коефіцієнт  $\gamma$  набуває наступного вигляду:

$$\gamma \equiv \left(\frac{v_{рез}}{k} \mp 1\right) \cdot \lambda^0 \cdot h = \frac{1,0854}{(1 + 0,28 \cdot h)^2}. \quad (36)$$

Слід зазначити, що знак “плюс” у (33) та (36) береться при зростанні поточної частоти коливань системи  $v$  від часу  $t$ , і, навпаки, знак “мінус” у (33) та (36) береться при зменшенні вказаної частоти  $v$  з часом  $t$ .

Результати обчислень коефіцієнтів  $\beta^0$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  наведені нижче на графіках та за допомогою таблиці 1.

Таблиця 1.

Залежність  $\beta^0$  та  $\gamma$  від  $h$ .

$h$	0	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50
$\beta^0$	0	0,0288	0,1343	0,2471	0,3424	0,4235	0,4928	0,5523	0,6483	0,7208
$\gamma$	1,0854	1,0793	1,0556	1,0271	0,9997	0,9733	0,9480	0,9237	0,8778	0,8352

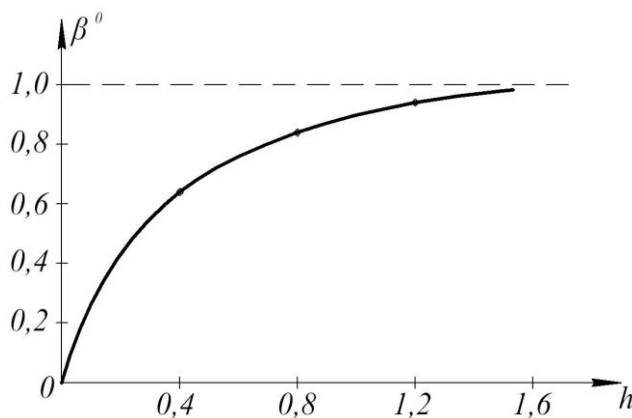
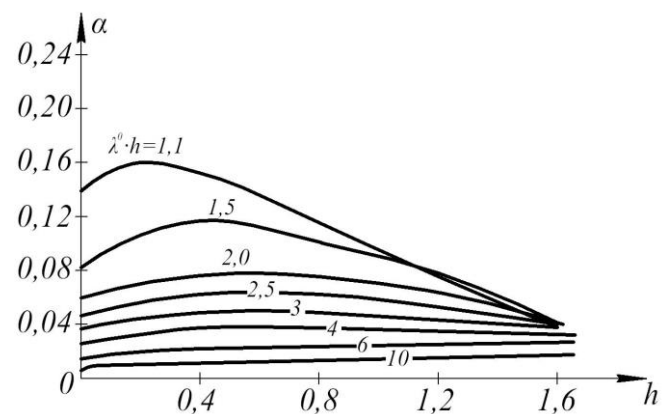
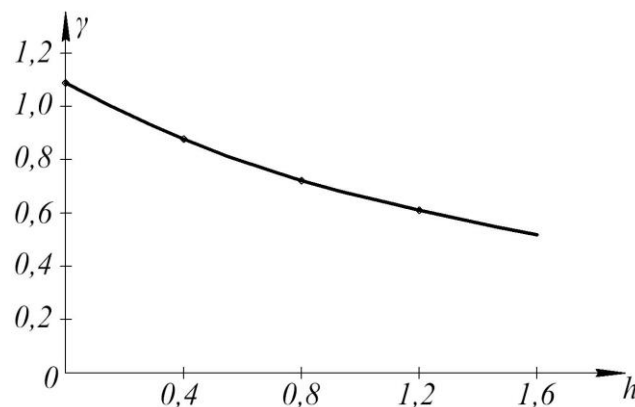
Продовження таблиці 1

$h$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40
$\beta^0$	0,7764	0,8194	0,8531	0,8773	0,9009	0,9178	0,9315	0,9427	0,9517
$\gamma$	0,7956	0,7588	0,7245	0,6924	0,6625	0,6344	0,6081	0,5834	0,5602

Таким чином, для визначення максимального значення відносного динамічного коефіцієнта  $\beta$  при зменшенні частоти й постійній амплітуді вимушеної сили необхідно використати вираз (34) та графіки (рис. 1, 2), з яких за заданим значенням  $\lambda^0$  та  $h$  визначаються  $\alpha$  та  $\beta^0$ . Як видно з рис. 2, вже при  $\lambda^0 \cdot h > 6$  з точністю до 2% можна прийняти  $\beta = \beta^0$ . При  $h > 1,4$  коефіцієнт  $\beta$  несуттєво відрізняється від одиниці, й у цьому випадку не має сенсу розглядати нестационарний режим.

Випадок, коли  $\lambda^0 \cdot h < 1,1$ , у практиці має малу ймовірність, а якщо й можливий, тоді найбільша амплітуда коливань системи досягається при  $\xi = 0$  й обчислюється за формулою:

$$|\tilde{A}(t)| = \frac{P}{k^2} \cdot \lambda^0 \cdot h \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot |W(u_0) - W(-v_0)|. \quad (37)$$

Рисунок 1. Залежність  $\beta^0$  від  $h$ .Рисунок 2. Залежність  $\alpha$  від  $h$ .Рисунок 3. Залежність  $\gamma$  від  $h$ .

Тим самим отримані графіки коефіцієнтів  $\beta^0$  та  $\alpha$  охоплюють всі практично можливі значення  $\lambda^0$  та  $h$ .

#### Висновки.

1. Обґрунтовані аналітичні методи розрахунку навантажень та параметрів нестационарних коливань механізмів підйомно-транспортних машин (ПТМ).

2. Для фізико-механічного та математичного моделювання використаний підхід до розрахунку навантажень у ПТМ В.І. Брауде-М.С. Тер-Мхітарова [1].



3. Досліджені основні характеристики/параметри нестационарних коливань вказаних механізмів за наступних умов: а) лінійний закон зміни частоти вимушеної сили (зростання/спадання) з плином часу; б) за наявності залежності амплітуди вимушеної сили від часу.

4. Для визначення максимальних значень динамічних коефіцієнтів при нестационарних коливаннях механізмів ПТМ використані наближені формули А.М. Каца [10].

5. Отримані у роботі результати можуть у подальшому слугувати для уточнення й удосконалення існуючих інженерних методів розрахунку навантажень механізмів ПТМ як на стадіях їх проектування/конструювання, так і в режимах реальної експлуатації.

### *Література*

1. Брауде В.И. Системные методы расчёта грузоподъёмных машин. / В.И. Брауде, М.С. Тер-Мхитаров. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985. – 181 с.
2. Волков Д.П. Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов. / Д.П. Волков. – М.: Машиностроение, 1965. – 463 с.
3. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъёмно-транспортных машин. / М.М. Гохберг. – Л.: Машиностроение, 1976. – 450 с.
4. Брауде В.И. Вероятностные методы расчёта грузоподъёмных машин. / В.И. Брауде. – Л.: Машиностроение, 1978. – 229 с.
5. Артемьев П.П. Грузоподъёмные машины на речном транспорте. / А.А. Артемьев, В.И. Брауде, Н.П. Гагарин. – М.: Транспорт, 1981. – 245 с.
6. Казак С.А. Расчёты динамических процессов в крановых и экскаваторных механизмах. / С.А. Казак. – Рукопись деп. в ВИНТИ, № 355. – 78. – М., 1979. – 208 с.
7. Смехов А.А. Оптимальное управление подъёмно-транспортными машинами. / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев. – М.: Машиностроение, 1975. – 423 с.
8. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания механических систем. / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1966. – 336 с.
9. Фаддеева В.Н. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. / В.Н. Фаддеева, Н.М. Терентьев. – М.: Гостехиздат, 1954. – 600 с.
10. Кац А.М. – В кн.: Инженерный сборник. – М.: Изд-во АН СССР, 1947. – Т. 3. – № 2.