УДК 628.921 **Егорченков В.А.**, к.т.н., доц.

СРЕДНЯЯ СФЕРИЧЕСКАЯ ОСВЕЩЕННОСТЬ ОТ ВЫПУКЛОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНОГО СВЕТОПРОЕМА, РАСПОЛОЖЕННОГО В ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Украина

Формується точкова множина по всій площині світлопрорізу. Освітленість визначається шляхом точкового сканування в тілесних кутах елементарних пірамід зі своєю яскравістю, вершини яких знаходяться в розрахунковій точці приміщення, а грані проходять через чотири сусідні точки сканування. Сумарна середня сферична освітленість в межах всіх елементарних пірамід визначить загальну освітленість від усього світлопрорізу.

Постановка проблемы. Как известно, интегральные характеристики светового поля, одной из которых является средняя сферическая освещенность (ССО), более эффективно оценивают световую среду в помещениях, чем плоскостные, которые заложены в настоящее время в нормы [1]. Поэтому разработка методов расчета ССО для различных систем естественного освещения помещений является актуальным направлением.

Анализ последних исследований. В настоящее время освещенность определяется от светопроемов прямоугольной формы. Если имеется светопроем другой формы, то в практическом плане его заменяют прямоугольным, равным по площади, и расчет осуществляют по известной методике. Однако такой подход связан с достаточно большой погрешностью, особенно если этот расчет осуществляется для условий ясного или полуясного небосвода, где яркость может меняться в широких пределах. В теоретическом плане наиболее близкими являются исследования Пугачева В.Е. [2], где рассматриваются светопроемы различной формы в вертикальной плоскости и при пасмурном небосводе.

В статье [3] для определения средней яркости светопроема в форме выпуклого четырехугольника сформировано множество точек, расположенных с равномерной плотностью внутри границ проема, определены их координаты и методом сканирования определена яркость полуясного небосвода в направлении от расчетной точки помещения к данной точке сканирования.

Целью данной работы является разработка метода расчета средней сферической освещенности от окна в форме выпуклого четырехугольника в условиях заданного распределения яркости небосвода, расположенного в плоскости общего положения, с использованием математического аппарата точечного исчисления.

Основная часть. В [3] получено параметрическое уравнение точек сканирования четырехугольника M_{ij} при заданных координатах вершин $A(x_A, y_A, z_A)$; $B(x_B, y_B, z_B)$; $C(x_C, y_C, z_C)$; $F(p_F, q_F)$:

$$\left.\begin{aligned} x_{ij} &= (x_A - x_C)\frac{(m-i+p_F i)(n-j)}{nm} + (x_B - x_C)\frac{q_F i(n-j)+ij}{mn} + x_C;\\ y_{ij} &= (y_A - y_C)\frac{(m-i+p_F i)(n-j)}{nm} + (y_B - y_C)\frac{q_F i(n-j)+ij}{mn} + y_C;\\ z_{ij} &= (z_A - z_C)\frac{(m-i+p_F i)(n-j)}{nm} + (z_B - z_C)\frac{q_F i(n-j)+ij}{mn} + z_C. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Схема распределения множества точек сканирования при определении освещенности изображена на рис.1.

Световой поток в какой-либо точке помещения от небосвода формируется в пределах телесного угла с вершиной в этой точке и ограничен плоскостями, проходящими через грани светопроема. Если использовать полученные точки сканирования, то весь телесный угол оконного проема можно представить, как сумму телесных углов элементарных пирамид с вершиной в данной точке N, а их грани проходят через четыре соседние точки сканирования (рис.2). Координаты точек сканирования, через которые проходят грани пирамиды, определяются из выражения (1). Координаты расчетной точки, в которой определяется освещенность, x_N, y_N, z_N, для системы: окно – расчетная точка – $N \equiv O$ (0, 0, 0), поскольку начало координат совмещается с этой точкой. Можно считать, что в пределах полученного таким образом элементарного телесного угла яркость небосвода постоянна, а ее значение соответствует значению яркости в направлении от расчетной точки к середине одной из диагоналей (например, D_{ij}) полученного элементарного четырехугольника. Вычисляются координаты этой точки.

$$D_{ij} = \frac{M_{ij} + M_{(i+1)(j+1)}}{2}. \qquad (2)$$

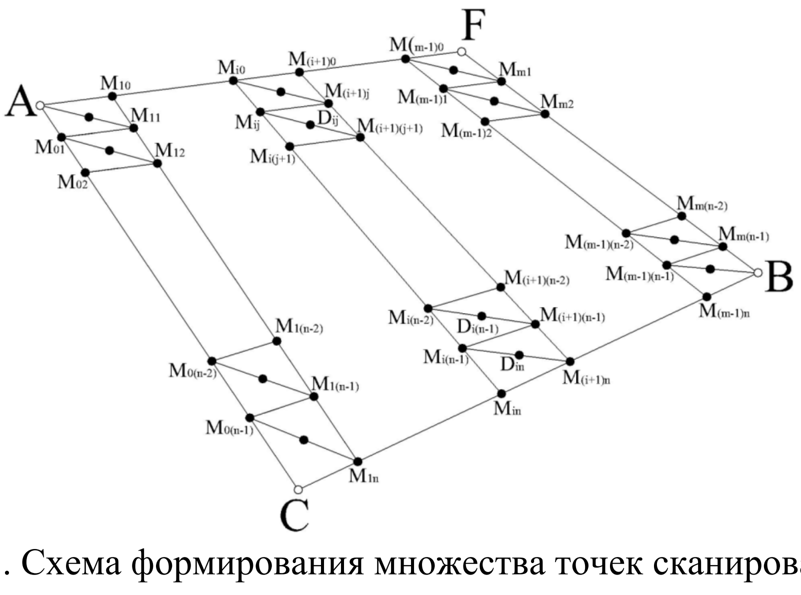

Рис.1. Схема формирования множества точек сканирования.

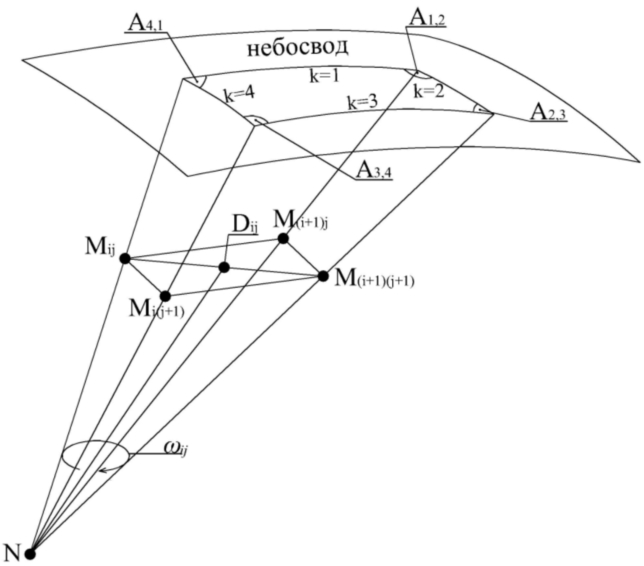

Рис.2. Элементарный телесный угол сканирования.

Средняя сферическая освещенность в данной точке помещения в пределах элементарного телесного угла определяется по следующей формуле

$$E_{ij}^{4\pi} = 0{,}25 g_{ij} L_z \, \omega_{ij} \tau_o, \quad (3)$$

где g_{ij} и L_z – соответственно, относительная яркость небосвода в направлении от расчетной точки помещения N к данной точке сканирования D_{ij}, и яркость небосвода в зените, кд/м^2 [2];

τ_o – коэффициент, учитывающий потери света при его прохождении через оконное заполнение;

ω_{ij} – величина элементарного телесного угла, ср.

Величина телесного угла, заключенного в пределах граней элементарной пирамиды, определяется по следующей формуле [4]

$$\omega_{ij} = 2\pi - \sum_{k=1}^{p} \left(\pi - A_{k,k+1}\right), \quad (4)$$

где p – количество сторон элементарной пирамиды;
$A_{k,k+1}$ – величина внутреннего двугранного угла между плоскостями, проходящими через расчетную точку и k-тую и k+1-ю грани элементарной пирамиды (рис.2).

Для определения последнего используется методика определения углов между плоскостями в точечном исчислении [5].

Искомый угол между плоскостями определяется как угол между их нормалями. Нормали к плоскостям проводятся из точки N. Координаты второй точки нормали к плоскости $M_{ij}NM_{(i+1)j}$, $S_{ij}^{(i+1)j}\left(x_{ij}^{(i+1)j}, y_{ij}^{(i+1)j}, z_{ij}^{(i+1)j}\right)$, определятся из следующих зависимостей:

$$\left.\begin{aligned} x_{ij}^{(i+1)j} &= y_{ij} z_{(i+1)j} - y_{(i+1)j} z_{ij}; \\ y_{ij}^{(i+1)j} &= z_{ij} x_{(i+1)j} - z_{(i+1)j} x_{ij}; \\ z_{ij}^{(i+1)j} &= x_{ij} y_{(i+1)j} - x_{(i+1)j} y_{ij}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Координаты нормали ко второй плоскости $M_{(i+1)j}NM_{(i+1)(j+1)}$

$$\left.\begin{aligned} x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= y_{(i+1)j} z_{(i+1)(j+1)} - y_{(i+1)(j+1)} z_{(i+1)j}; \\ y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= z_{(i+1)j} x_{(i+1)(j+1)} - z_{(i+1)(j+1)} x_{(i+1)j}; \\ z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} &= x_{(i+1)j} y_{(i+1)(j+1)} - x_{(i+1)(j+1)} y_{(i+1)j}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

В результате угол между плоскостями $M_{ij}NM_{(i+1)j}$ и $M_{(i+1)j}NM_{(i+1)(j+1)}$ определится следующим образом

$$A_{1,2} = arccos\frac{x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{ij}^{(i+1)j} + y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{ij}^{(i+1)j} + z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{ij}^{(i+1)j}}{\sqrt{\left[x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{ij}^{(i+1)j}\right]^2 + \left[y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{ij}^{(i+1)j}\right]^2 + \left[z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{ij}^{(i+1)j}\right]^2}}. \qquad (7)$$

Нормаль к следующей плоскости $M_{(i+1)(j+1)}NM_{i(j+1)}$ будет выглядеть так $S_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}\left(x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}, y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}, z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}\right)$. Ее координаты определятся по следующим зависимостям:

$$\left.\begin{aligned} x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} &= y_{(i+1)(j+1)} z_{i(j+1)} - y_{i(j+1)} z_{(i+1)(j+1)}; \\ y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} &= z_{(i+1)(j+1)} x_{i(j+1)} - z_{i(j+1)} x_{(i+1)(j+1)}; \\ z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} &= x_{(i+1)(j+1)} y_{i(j+1)} - x_{i(j+1)} y_{(i+1)(j+1)}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Используя предыдущие зависимости, можно сразу записать окончательное выражение, по которому определяется угол между двумя следующими плоскостями

$$A_{2,3} = arccos\frac{x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} + y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} + z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}}{\sqrt{\left[x_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}\right]^2 + \left[y_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}\right]^2 + \left[z_{(i+1)j}^{(i+1)(j+1)} z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)}\right]^2}}. \qquad (9)$$

Далее для плоскости $M_{i(j+1)}NM_{ij}$

$$\left.\begin{aligned} x_{i(j+1)}^{ij} &= y_{i(j+1)} z_{ij} - y_{ij} z_{i(j+1)}; \\ y_{i(j+1)}^{ij} &= z_{i(j+1)} x_{ij} - z_{ij} x_{i(j+1)}; \\ z_{i(j+1)}^{ij} &= x_{i(j+1)} y_{ij} - x_{ij} y_{i(j+1)}. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$A_{3,4} = arccos\frac{x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} x_{i(j+1)}^{ij} + y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} y_{i(j+1)}^{ij} + z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} z_{i(j+1)}^{ij}}{\sqrt{\left[x_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} x_{i(j+1)}^{ij}\right]^2 + \left[y_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} y_{i(j+1)}^{ij}\right]^2 + \left[z_{(i+1)(j+1)}^{i(j+1)} z_{i(j+1)}^{ij}\right]^2}}. \qquad (11)$$

И последняя плоскость $M_{ij}NM_{(i+1)j}$, которая уже определена в начале. Поэтому можно сразу записать выражение косинуса угла

$$A_{4,1} = arccos\frac{x_{i(j+1)}^{ij} x_{ij}^{(i+1)j} + y_{i(j+1)}^{ij} y_{ij}^{(i+1)j} + z_{i(j+1)}^{ij} z_{ij}^{(i+1)j}}{\sqrt{\left[x_{i(j+1)}^{ij} x_{ij}^{(i+1)j}\right]^2 + \left[y_{i(j+1)}^{ij} y_{ij}^{(i+1)j}\right]^2 + \left[z_{i(j+1)}^{ij} z_{ij}^{(i+1)j}\right]^2}}. \qquad (12)$$

Подставив полученные углы в (4), а затем величину телесного угла в (3) с последующим суммированием, получим значение средней сферической освещенности от четырехугольного светопроема:

$$E^{4\pi} = 0{,}25 L_z \tau_0 \sum_{i=0}^{\mathrm{m}} \sum_{\mathrm{j}=0}^{\mathrm{n}} \mathrm{g}_{ij}\, \omega_{ij}, \qquad (13)$$

Выводы. Таким образом, разработан метод расчета прямой средней сферической освещенности от светопроема, расположенного в плоскости общего положения при заданном распределении яркости небосвода. Эта формула (13) справедлива при условии, что толщина ограждающей конструкции, в которой расположен светопроем, значительно мала по сравнению с расстоянием от проема до расчетной точки.

Перспективы дальнейшего исследования. Данная работа является базой для разработки программы расчета на компьютере. Следующими этапами намечены учет толщины ограждающей конструкции, отраженной составляющей и противостоящих зданий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Єгорченков В.О. Нормування освітлення у виробничих спорудах. – К.: Будівництво України, № 1, 1993. – С. 40-41.
2. Пугачев Є.В. Рекомендації щодо розрахунку інтегральних характеристик світлового поля від прямокутних і полігональних світлопрорізів. – Рівне: РДТУ, 2000. – 35 с.
3. Егорченков В.А. Средняя яркость четырехугольного окна в условиях полуясного неба/Міжвідомчий науково-технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерна графіка". Випуск 87. Відповідальний редактор В.Є. Михайленко. – К.: КНУБА, 2011. – С. 128-132.
4. Гершун А.А. Световое поле. – В кн.: Избранные труды по фотометрии и светотехнике. - М.: Физматгиз, 1958, с.223-397.
5. Балюба И.Г., Полищук В.И., Горягин Б.Ф., Малютина Т.П. Точечное исчисление – математический аппарат параллельных вычислений для решения задач математического и компьютерного моделирования геометрических форм. – В кн.: Материалы международной научной конференции «Моделирование - 2008», Т.2. – К.:ИПМЭ им. Пухова НАН Украины. – с. 389-394.