

## Обґрунтування еквівалентних схем для розрахунку параметрів оптимального пуску вантажопідйомного механізму крана для мінімізації натягу канатів при підйомі вантажу різними способами. I.

Юрій Човнюк<sup>1</sup>, Михайло Діктерук<sup>2</sup>, Володимир Кравчук<sup>3</sup>, Ольга Остапущенко<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Національний університет біоресурсів і природокористування України  
вул. Героїв Оборони, 12в, Київ, Україна, 03041

<sup>1</sup>[yuchovnyuk@ukr.net](mailto:yuchovnyuk@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-0608-0203](https://orcid.org/0000-0002-0608-0203)

<sup>2, 3, 4</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури

Повітрофлотський пр-т, 31, Київ, Україна, 03680

<sup>2</sup>[dicteruk@ukr.net](mailto:dicteruk@ukr.net), [orcid.org/0000-0003-1889-0876](https://orcid.org/0000-0003-1889-0876)

<sup>3</sup>[vtk1@ukr.net](mailto:vtk1@ukr.net), [orcid.org/0000-0002-5213-3644](https://orcid.org/0000-0002-5213-3644)

<sup>4</sup>[olga\\_ost\\_17@ukr.net](mailto:olga_ost_17@ukr.net), [orcid.org/0000-0001-8114-349X](https://orcid.org/0000-0001-8114-349X)

Отримано 20.11.2018; прийнято 12.12.2018

DOI: 10.31493/gbdmm1892.0102

**Анотація.** Зазвичай розрізняють три основні стадії руху вантажопідйомного механізму крана: пуск (розгін), усталений рух і гальмування (вибіг, зупинка). Для кожної із вказаних стадій руху характерні певні співвідношення між роботами рушійних (чи гальмівних) сил і сил опору. Зокрема, на стадії пуску механізму необхідно, щоб рушійний момент був більшим за момент від сил опору рухові. При цьому на валу двигуна протягом часу пуску виникає необхідне прискорення і його кутова швидкість зростає від нуля до усталеного значення, що відповідає паспортному режиму. Протягом набору частоти до усталеного значення власна частота обертання вала двигуна є функцією часу. У процесі пуску механізму підйому вантажу виникає резонанс (частота обертання вала двигуна дорівнює власній частоті коливань системи «привід – канат – вантаж»). Саме цей резонанс призводить до суттєвого перевантаження двигуна у процесі набору ним усталеної частоти обертання. Необхідно приймати заходи щодо зменшення небезпечних перевантажень двигуна у процесі його пуску, а також зменшувати до мінімального значення коефіцієнт перевантаження/навантаження (динамічності) у пружному елементі механізму (канаті). Для цього використовують сучасні механотронні системи керування рухом механізму підйому вантажу і за допомогою спеціальних контролерів задати такі закони руху приводу і вантажу, за яких коефіцієнт динамічності буде мінімальним. При проведенні подібних розрахунків й оптимізації ди-

намічних навантажень у канатах механізму підйому вантажу слід враховувати способи підйому вантажу: «з ваги», «з підхватом» або «з землі», а також основні кінематично-силові й геометричні параметри механізму. Мета даної роботи полягає у встановленні законів руху елементів вантажопідйомного механізму крана, за яких мінімізуються рушійний та надлишковий моменти на валу двигуна, а також коефіцієнт динамічності у пружних елементах (канатах) механізму у процесі його пуску навіть за наявності резонансів (збігання миттєвої частоти обертання вала з власною частотою системи «привід – канат – вантаж»). Враховані моментні характеристики двигуна за формулою Клосса, а також різні види динамічного опору обертальному руху вала двигуна. Здійснений розрахунок параметрів оптимального пуску вантажопідйомного механізму на основі обґрунтованих еквівалентних схем: а) «з ваги» абсолютно жорстким канатом; б) «з ваги» пружним канатом; в) «з підхватом» або «з землі». Встановлені закони руху, за яких мінімізується натяг пружних елементів механізму (канатів) при підйомі вантажу у процесах пуску. Використані підходи та методи класичного варіаційного числення. Наведені результати отримані чисельно-аналітичними методами.

**Ключові слова:** обґрунтування, еквівалентна схема, розрахунок, параметри, оптимальний пуск, вантажопідйомний механізм, кран, мінімізація, натяг, канати, підйом вантажу, способи.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розрізняють три основні стадії руху вантажопідйомного механізму крана: пуск (розгін), який триває протягом деякого періоду часу  $t_p$ , усталений рух (протягом часу  $t_0$ ) і гальмування (вибіг, зупинка), яке триває протягом деякого часу  $t_r$ . Для кожної з них характерні певні співвідношення між роботами рушійних (чи гальмівних) сил і сил опору. Зокрема, на стадії пуску механізму необхідно, щоб рушійний момент був більше моменту від сил опору рухові ( $M_p > M_{оп}^{(ст.)}$ ), де  $M_p$  – рушійний момент,  $M_{оп}^{(ст.)}$  – момент сил опору (стаціонарний). Інакше кажучи, надлишковий момент ( $M_{надл.}$ ), який дорівнює різниці між моментами  $M_p$  й  $M_{оп}^{(ст.)}$ , був більше нуля. При цьому на валу двигуна протягом часу пуску ( $t_p$ ) виникає необхідне прискорення  $\omega_0/t_p$  і його швидкість зростає від 0 до  $\omega_0$ , де  $\omega_0$  усталена кутова швидкість обертання вала двигуна. Слід зазначити, що протягом набору частоти  $\omega_0$  власна частота обертання вала двигуна  $\omega$  є функцією часу  $t$ , тобто  $\omega(t)$ . Крім того, у процесі пуску механізму підйому вантажу виникає резонанс  $\omega = \Omega$ , де  $\Omega$  – власна частота коливань системи “привід – канат – вантаж”. Цей резонанс призводить до суттєвого перевантаження двигуна саме у процесі набору ним усталеної частоти обертання  $\omega_0$ . Необхідно приймати заходи щодо зменшення небезпечних перевантажень двигуна у процесі його пуску, а також зменшувати до мінімального значення коефіцієнт перевантаження/навантаження (динамічності) у пружному елементі механізму, тобто у канаті. Для цього можна використати механотроні системи керування рухом механізму підйому вантажу і за допомогою спеціальних контролерів задати такі закони руху приводу і вантажу, за яких коефіцієнт динамічності буде мінімальним. Незайвим буде і керування за допомогою вказаних систем обертальним рухом вала двигуна, користуючись

частотним перетворювачем, що приводить у кінцевому випадку до мінімізації саме рушійного і надлишкового моментів.

При проведенні подібних розрахунків і оптимізації динамічних навантажень у каналах механізму підйому вантажу слід враховувати способи підйому вантажу: “з ваги”, “з підхватом”/“з землі”, а також основні кінематично-силові і геометричні параметри механізму. Саме цим проблемам та їх вирішенню і присвячене дане дослідження.

## АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ

Основні моделі функціонування вантажопідйомних механізмів кранів розглянуті, всебічно досліджені та обґрунтовані у роботах [1, 8, 9, 11, 13]. Динамічна оптимізація підйомно-транспортних машин, у т.ч. у режимах їх пуску, розглянуті у [2 – 7]. Проте, автори вказаних досліджень не вивчали резонансних явищ, які неминуче виникають при наборі двигуном усталеної частоти обертання у процесах пуску вантажопідйомних механізмів [9].

Критерії якості руху вказаних механізмів у перехідних процесах (пуск, гальмування, реверсування), котрі лежать у основі динамічної оптимізації, засновані на інших засадах (не на мінімізації коефіцієнту динамічності).

У даному дослідженні враховані саме резонансні явища, що виникають у системі “привід – канат – вантаж” механізмів підйому вантажу, а також встановлені закони руху елементів приводу та вантажу, закріпленого на канаті, за яких мінімізується коефіцієнт динамічності у пружних елементах. Крім того, визначені закони руху вала двигуна, за яких мінімізуються рушійний та надлишковий моменти у процесах пуску.

## МЕТА РОБОТИ

Мета роботи полягає у встановленні законів руху елементів вантажопідйомного механізму крана, за яких мінімізуються рушійний та надлишковий моменти на валу двигуна, а також коефіцієнт динамічності у

пружних елементах (канатах) механізму у процесі його пуску навіть за наявності резонансів (співпадіння миттєвої частоти обертання вала з власною частотою системи “привід – канат – вантаж”. При цьому враховані моментні характеристики двигуна за формулою Клосса [1, 10], а також різні види динамічного опору обертальному руху вала двигуна [9].

### ВИКЛАД ОСНОВНОГО ЗМІСТУ ДОСЛІДЖЕННЯ

1. Аналіз та оптимізація режимів пуску двигуна вантажопідйомного механізму крана.

Для проведення розрахунків, пов’язаних з проходженням через резонанс, для визначення динамічних навантажень у механізмах підйому вантажу кранів та їх елементах, а також для розв’язку інших інженерних задач необхідно знати, за яким законом змінюються оберти машин у перехідних режимах, зокрема у процесах пуску. Так, для визначення максимальної амплітуди коливань необхідно знати кутове прискорення у момент збігання частот вимушеної сили і власних коливань системи “привід – канат – вантаж” механізму підйому, оскільки максимум амплітуди коливань суттєво залежить від кутового прискорення саме у цей момент. Закон зміни обертів у часі подалі від резонансу впливає на результат доволі слабо [9].

Визначаючи кутове прискорення, яке відповідає резонансу, будемо виходити з припущення, що зворотний вплив коливної системи (“привід – канат – вантаж”) є слабким (тому ним можна знехтувати) і що моментна характеристика двигуна не залежить від кутового прискорення, тобто є статичною.

Отже, нехтуючи крутними коливаннями у системі “двигун – привід” вантажопідйомного механізму, складемо диференціальне рівняння обертального руху вала двигуна:

$$I\ddot{\varphi} + M_{\text{он}}(\dot{\varphi}) = M(\dot{\varphi}), \quad (1)$$

де  $\varphi$  – кут повороту ротора двигуна;  $M(\dot{\varphi})$  – стаціонарна моментна характеристика

двигуна;  $M_{\text{он}}(\dot{\varphi})$  – момент сил опору;  $I$  – зведений до вала двигуна момент інерції деталей, що обертаються;  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$ ,  $\ddot{\varphi} = d^2\varphi/dt^2$ ,  $t$  – час.

Введемо позначення:  $\omega = \dot{\varphi}$ , тоді (1) можна подати наступним чином:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M(\omega) - M_{\text{он}}(\omega). \quad (2)$$

Будемо у подальшому вважати, що двигун є системою з короткозамкненим асинхронним електродвигуном, моментна характеристика якого описується формулою Клосса [9]:

$$M(\omega) = \frac{2M_{\text{max}} \cdot s_k \cdot \left(1 - \frac{\omega}{\omega_c}\right)}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 2\frac{\omega}{\omega_c} + 1 + s_k^2}, \quad (3)$$

де  $M_{\text{max}} = m_m \cdot M_n$ ;  $s_k = s_n \cdot (m_m + \sqrt{m_m^2 - 1})$ ;

$s_n = \frac{\omega_c - \omega_n}{\omega_c}$ ,  $M_{\text{max}}$ ,  $M_n$  – максимальний і

номінальний моменти двигуна;  $m_m$  – кратність максимального моменту;  $\omega_n$  – номінальна частота обертання вала двигуна;  $\omega_c$  – синхронна частота обертання вала двигуна;  $s_k$ ,  $s_n$  – критичне ковзання (ковзання, при якому виникає і досягається максимальний момент обертання), ковзання при номінальному режимі відповідно.

При пуску двигуна на холостому ході сили опору обумовлені тертям у підшипниках й інших частинах, а також втратами на вентиляцію та ін. Сумарний момент цих сил у робочому режимі складає біля 10% від номінального моменту двигуна. Тому при розгляді пуску механізму/машини без навантаження можна прийняти  $M_{\text{он}}(\omega) = 0$ .

Для пристроїв з відцентровими насосами, вентиляторами і для приладів з великими втратами у редукторах при пуску під навантаженням рекомендується [9] лінійна залежність від  $\omega$ :

$$M_{\text{он}}^{(1)}(\omega) = \frac{M_{\text{н}}}{(1-s_{\text{н}})} \cdot \frac{\omega}{\omega_c}. \quad (4)$$

Навантаження від вібраційних грохотів та інших вібраційних пристроїв приймається пропорційним квадрату кутової швидкості  $\omega$ :

$$M_{\text{он}}^{(2)}(\omega) = \frac{M_{\text{н}}}{(1-s_{\text{н}})^2} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2. \quad (5)$$

Введемо поняття ефективного пускового моменту двигуна:

$$\begin{aligned} M_{\text{eff}}(\omega) &= M(\omega) - M_{\text{он}}(\omega) = \\ &= M(\omega) - \begin{cases} M_{\text{он}}^{(1)}(\omega) \\ M_{\text{он}}^{(2)}(\omega) \end{cases}. \end{aligned} \quad (6)$$

Якщо визначати момент на валу двигуна, зведений до осі привідного барабана механізму підйому вантажу, то він розраховується за наступною формулою Клосса [1, 10]:

$$M(\omega) = \frac{2M_{\text{max}} \cdot U \cdot \eta_{\text{пр.}}}{\left\{ \frac{\left(1 - \frac{\omega \cdot U}{\omega_0}\right)}{s_{\text{к}}} + \frac{s_{\text{к}}}{\left(1 - \frac{\omega \cdot U}{\omega_0}\right)} \right\}}, \quad (7)$$

де  $M_{\text{max}}$  – максимальний момент на валу двигуна;  $U$  – загальне передаточне число приводу;  $\eta_{\text{пр.}}$  – коефіцієнт корисної дії приводу;  $s_{\text{к}} = s_{\text{н}} \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})$ ;  $\lambda \equiv m_{\text{м}}$  – передатувальна здатність двигуна;  $s_{\text{н}} = 1 - \omega_{\text{н}} / \omega_0$ ,  $\omega_0$  – кутова швидкість ідеального холостого ходу. Інші позначення наведені вище у формулі (3).

Запишемо рівняння (3) – (6) у безрозмірних змінних:

$$\left\{ \begin{aligned} \overline{\overline{M}}(\overline{\omega}) &= \frac{2m_{\text{м}}s_{\text{к}}(1-\overline{\omega})}{\left[(1-\overline{\omega})^2 + s_{\text{к}}^2\right]}; \overline{\omega} = \omega / \omega_c; \\ \overline{\overline{M}}_{\text{он}}(\overline{\omega}) &= \frac{M_{\text{он}}(\overline{\omega})}{M_{\text{н}}}; \\ \overline{\overline{M}}(\overline{\omega}) &= \frac{M(\overline{\omega})}{M_{\text{н}}}; \overline{\overline{M}}_{\text{он}}^{(1)} = \frac{\overline{\omega}}{(1-s_{\text{н}})}; \\ \overline{\overline{M}}_{\text{он}}^{(2)}(\overline{\omega}) &= \frac{\overline{\omega}^2}{(1-s_{\text{н}})^2}. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Введемо безрозмірну змінну часу  $\tau$ :  $\tau = \frac{M_{\text{н}} \cdot t}{I \cdot \omega_c}$ , а також безрозмірний кут повороту ротора двигуна  $\overline{\varphi}$ :  $\overline{\varphi} = \frac{M_{\text{н}} \cdot \varphi}{I \cdot \omega_c^2}$ . Тоді

рівняння (2) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\overline{\omega}}{d\tau} &= \overline{\overline{M}}(\overline{\omega}) - \overline{\overline{M}}_{\text{он}}(\overline{\omega}); \\ \frac{d\overline{\varphi}}{d\tau} &= \overline{\omega}(\tau), \end{aligned} \right. \quad (9)$$

а момент  $\overline{\overline{M}}_{\text{eff}}(\overline{\omega}) = \overline{\overline{M}}(\overline{\omega}) - \overline{\overline{M}}_{\text{он}}(\overline{\omega}) = \overline{\varphi}_{\tau\tau}$ .

Якщо тривалість пуску двигуна (до моменту набору ним ustalenoї частоти обертання вала  $\omega_{\text{уст}}$ ) є  $t_p$ , то

$$\overline{\omega}_1 = \omega_{\text{уст}} / \omega_c; \tau_p = \frac{M_{\text{н}} \cdot t_p}{I \cdot \omega_c}. \quad (10)$$

Якщо використовувати формулу(7), то процедури зведення рівнянь і характеристик руху двигуна до безрозмірної форми залишаються такими ж, але змінюються наступні вирази:

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\omega} &= \omega / \omega_c \Rightarrow \bar{\omega}^* = \omega / \left( \frac{\omega_0}{U} \right); \\
 \bar{\omega}_1 &= \frac{\omega_{уст}}{\omega_c} \Rightarrow \bar{\omega}_1^* = \omega_{уст} / \left( \frac{\omega_0}{U} \right); \\
 \tau_p &= \frac{M_H \cdot t_p}{I \cdot \omega_c} \Rightarrow \tau_p^* = \frac{M_H \cdot t_p}{I \cdot \left( \frac{\omega_0}{U} \right)}; \\
 \tau &= \frac{M_H \cdot t}{I \cdot \omega_c} \Rightarrow \tau^* = \frac{M_H \cdot t}{I \cdot \left( \frac{\omega_0}{U} \right)}; \\
 \bar{\varphi} &= \frac{M_H \cdot \varphi}{I \cdot \omega_c^2} \Rightarrow \bar{\varphi}^* = \frac{M_H \cdot \varphi}{I \cdot \left( \frac{\omega_0}{U} \right)^2}; \\
 \bar{M}(\omega) &= \frac{2m_M \cdot s_K \cdot (1 - \bar{\omega})}{\left[ (1 - \bar{\omega})^2 + s_K^2 \right]} \Rightarrow \\
 \bar{M}(\bar{\omega}^*) &= \frac{2m_M \cdot U \cdot \eta_{np} \cdot s_K \cdot (1 - \bar{\omega}^*)}{\left[ (1 - \bar{\omega}^*)^2 + s_K^2 \right]}; \\
 \bar{M}_{оп}^{(1)}(\bar{\omega}) &= \frac{\bar{\omega}}{1 - s_H} \Rightarrow \\
 \bar{M}_{оп}^{(1)}(\bar{\omega}^*) &= \frac{\bar{\omega}^* \cdot \eta_{np} \cdot U}{(1 - s_H)}; \\
 \bar{M}_{оп}^{(2)}(\bar{\omega}) &= \frac{\bar{\omega}^2}{(1 - s_H)^2} \Rightarrow \\
 \bar{M}_{оп}^{(2)}(\bar{\omega}^*) &= \frac{(\bar{\omega}^*)^2 \cdot \eta_{np} \cdot U}{(1 - s_H)^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

У подальшому будемо розглядати перешідні процеси у двигуні механізму підйому вантажу крана, які визначаються співвідношеннями (8) – (10).

Визначимо умови реалізації руху вала двигуна, за якого реалізується наступна якість руху, що задовольняє критерію

$$\left\{ \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} (\bar{\varphi}_{\tau\tau})^2 d\tau \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} [M_{eff}(\tau)]^2 d\tau \right\}^{1/2} \Rightarrow \min. \quad (12)$$

Зрозуміло, що  $\bar{M}_{eff}(\bar{\omega})$  є функцією  $\tau$ , оскільки  $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\tau)$ .

Необхідна умова реалізації критерію (12), який формується згідно з визначенням  $\bar{M}_{eff}(\bar{\omega})$ , зводиться до рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\bar{\varphi}_{4\tau} = 0. \quad (13)$$

Розшукуємо функцію  $\bar{\varphi}(\tau)$  у вигляді сплайна третього порядку по  $\tau$ :

$$\bar{\varphi}(\tau) = A_0 + A_1 \cdot \tau + A_2 \cdot \tau^2 + A_3 \cdot \tau^3, \quad (14)$$

де константи  $A_{0,1,2,3}$  можна знайти з наступних умов:

$$\begin{aligned}
 \bar{\varphi}|_{\tau=0} &= 0; \bar{\varphi}_{\tau}|_{\tau=0} = 0; \bar{\varphi}_{\tau}|_{\tau=\tau_p} = \bar{\omega}_1; \\
 \bar{\varphi}_{2\tau}|_{\tau=\tau_p} &= 0.
 \end{aligned} \quad (15)$$

В результаті матимемо

$$\begin{aligned}
 \bar{\varphi}_{opt}(\tau) &= \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau^2 - \frac{\bar{\omega}_1}{3\tau_p^2} \cdot \tau^3; \\
 \bar{\omega}_{opt}(\tau) &= 2 \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau - \frac{\bar{\omega}_2}{\tau_p^2} \cdot \tau^2; \\
 \bar{M}_{eff}^{(opt)}(\bar{\omega}) &= 2m_M \cdot s_K \times \\
 &\times \frac{\left[ 1 - 2 \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau - \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p^2} \cdot \tau^2 \right]}{\left[ \left( 1 - 2 \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau + \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p^2} \cdot \tau^2 \right)^2 + S_K^2 \right]} - \\
 &- \left\{ \frac{1}{(1 - s_H)} \cdot \left[ 2 \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau - \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p^2} \cdot \tau^2 \right] \right\} - \\
 &- \left\{ \frac{1}{(1 - s_H)} \cdot \left[ 2 \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p} \cdot \tau - \frac{\bar{\omega}_1}{\tau_p^2} \cdot \tau^2 \right] \right\}^2.
 \end{aligned} \quad (16)$$

Далі розглянемо умови, за яких мінімізується рушійний момент приводу у процесі пуску. З першого рівняння (9) системи маємо

$$M(\bar{\omega}) = M_{\text{оп}}(\bar{\omega}) + \bar{\varphi}_{\tau\tau}. \quad (17)$$

Розглянемо два випадки.

1.  $M_{\text{оп}}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}}{(1-s_H)}$ . Тоді, внаслідок того, що  $\bar{\omega} = \bar{\omega}(\tau)$ , можна (17) записати наступним чином:

$$M(\bar{\omega}) = M(\tau) = \frac{\bar{\varphi}_\tau}{(1-s_H)} + \bar{\varphi}_{\tau\tau}. \quad (18)$$

З'ясуємо, за яких умов реалізується наступний критерій якості руху приводу в процесі його пуску:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} [M(\tau)]^2 d\tau = \\ = \frac{1}{\tau_p} \cdot \int_0^{\tau_p} \left[ \frac{\bar{\varphi}_\tau}{(1-s_H)} + \bar{\varphi}_{\tau\tau} \right]^2 d\tau \Rightarrow \min. \end{aligned} \quad (19)$$

Необхідною умовою реалізації (19) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\bar{\varphi}_{4\tau} - \frac{\bar{\varphi}_{\tau\tau}}{(1-s_H)^2} = 0. \quad (20)$$

Враховуючи те, що  $\bar{\varphi}_\tau = d\bar{\omega}/d\tau$ , з (20) маємо

$$\bar{\omega}_{3\tau} - \frac{\bar{\omega}_\tau}{(1-s_H)^2} = 0. \quad (21)$$

Однократне інтегрування (21) по  $\tau$  (при константі інтегрування  $C = 0$ ) зводить (21) до

$$\bar{\omega}_{\tau\tau} - \frac{\bar{\omega}_\tau}{(1-s_H)^2} = 0. \quad (22)$$

При початкових умовах:

$$\bar{\omega}|_{\tau=0} = 0; \bar{\omega}|_{\tau=\tau_p} = \bar{\omega}_1, \quad (23)$$

отримаємо оптимальний закон зміни  $\bar{\omega}(\tau) \equiv \bar{\omega}_{\text{opt}}^{(1)}(\tau)$ , за якого реалізується критерій якості руху приводу (19):

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\tau) = \frac{\omega_{\text{уст}}}{\omega_c \cdot Sh\left(\frac{\tau_p}{1-s_H}\right)} \times \\ \times \left\{ Sh\left[\frac{\tau}{(1-s_H)}\right] \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

2.  $M_{\text{оп}}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}^2}{(1-s_H)^2}$ , тоді для  $\bar{M}(\tau)$  маємо

$$\bar{M}(\tau) = \frac{\bar{\varphi}_\tau^2}{(1-s_H)^2} + \bar{\varphi}_{\tau\tau}. \quad (25)$$

Рівняння Ейлера-Пуассона для (19) у цьому випадку набуває вигляду

$$\bar{\omega}_{2\tau} - \frac{2}{(1-s_H)^4} \cdot \bar{\omega}^3 = 0. \quad (26)$$

Можна знайти два розв'язки цього рівняння (26) у залежності від початкових умов [12].

Перший розв'язок. Його отримаємо при початкових (граничних) умовах (23):

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\tau) \equiv \bar{\omega}_{\text{opt}}^{(2)}(\tau) = \frac{(1-s_H)^2}{(\tau - \tilde{C})}; \\ \tilde{C} = \tau_p - \frac{\omega_c \cdot (1-s_H)}{\omega_{\text{уст}}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Другий розв'язок. Його отримаємо при початкових умовах

$$\bar{\omega}|_{\tau=0} = 0; \bar{\omega}_\tau|_{\tau=0} = \bar{\epsilon}, \quad (28)$$

де  $\bar{\epsilon}$  – початкове кутове прискорення приводу в процесі його пуску. Тоді матимемо

$$\begin{aligned} \bar{\omega}(\tau) \equiv \bar{\omega}_{\text{opt}}^{(2)}(\tau) \Leftrightarrow \\ \tau = \int_0^{\bar{\omega}_1} \frac{d\bar{\omega}}{\sqrt{\xi^2 + \frac{\bar{\omega}^4}{(1-s_H)^4}}}, \end{aligned} \quad (29)$$

тобто визначається за допомогою еліптичного інтегралу другого роду [12].

### ВИСНОВКИ

1. Отримані аналітичні розв'язки, які встановлюють оптимальні закони руху приводу вантажопідйомних механізмів кранів, за яких у процесі їх пуску мінімізуються ефективний крутний момент на валу двигуна приводу і його пусковий крутний момент.

2. Отримані у роботі результати в подальшому можуть бути використані для уточнення й вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку приводів вантажопідйомних механізмів кранів у процесах їх пуску як на стадіях проектування/конструювання, так і у режимах їх реальної експлуатації.

### ЛІТЕРАТУРА

1. **Ловейкін В.С.** Динаміка машин / В.С.Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.: ЦП “КОМПРИНТ”, 2013 – 227с.
2. **Ловейкін В.С.** Оптимізація режимів зміни вильоту вантажу баштового крана / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич, О.В. Стехно. – К.: ЦП “КОМПРИНТ”, 2017. – 172.
3. **Ловейкін В.С.** Динамічна оптимізація підйомних машин / В.С.Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.: ХДАДТУ, 2002. – 285с.
4. **Григоров О.В.** Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. на соиск. степ. доктора техн. наук: 05.05.05 / Григоров Отто Владимирович. – Х., 1995. – 386с.
5. **Смехов А.А.** Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами / А.А. Смехов, Н.И. Ерофеев. – М.: Машиностроение, 1975. – 239с.
6. **Ромасевич Ю.О.** Динамічна оптимізація режимів руху механізмів вантажопідйомних машин як мехатронних систем: дис. докт. техн. наук: 05.05.05 / Юрій Олександрович Ромасевич. – Одеса, 2015. – 519с.
7. **Оптимальне керування підйомно-транспортними машинами (Optimale Steneriung fur Hebeund Fordermashinen):** Навч. посібник / О.В. Григоров, В.П. Свіргун, Г.О. Аніщенко, В.В. Стрижак, А.О. Окунь. Х.: НТУ “ХП”, 2013. – 240 с. нім. мовою.

8. **Герасимьяк Р.П.** Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р.П. Герасимьяк, В.А. Лещев. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 192с.
9. **Голоскоков Е.Г.** Нестационарные колебания механических систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1966.- 336с.
10. **Городжа А.Д.** Загальна електротехніка. Навч. посібник / А.Д. Городжа. – К.Ж КНУБА, 2000. – 248с.
11. **Гохберг М.М.** Металлические конструкции подъемно-транспортных машин / М.М. Гохберг. – М.: Машиностроение, 1969.– 520 с.
12. **Камке Э.** Справочник по дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1969, 576с.
13. **Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин /** Л.А. Гоберман, К.В. Степанян, А.А. Яркин, В.С. Зеленский; Под. ред. Л.А. Гобермана. – М.: Машиностроение, 1979. – 407с.

### REFERENCES

1. **Lovejkin V.S., Romasevich Yu.,A., 2013.** Dinamika mashin. [Dynamics of machines]. Kyiv, 227. (in Ukrainian).
2. **Lovejkin V.S., Romasevich Yu.,A., Stehno O.V., 2017.** Optimizacija rezhimiv zmini vilotu vantazhu bashtovogo kрана [Optimization of modes of change of departure of load of a tower crane]. Kyiv, CP KOMPRINT Publ., 172. (in Ukrainian).
3. **Lovejkin V.S., Nesterov A.N., 2002.** Dinamichna optimizacija pidjomnih mashin [Dynamic optimization of lifting machines]. Kharkiv, HDADTU Publ., 285. (in Ukrainian).
4. **Grigоров O.V., 1995.** Sovershenstvovanie rabochih harakteristik kranovyh mehanizmov: [Improving the performance of crane mechanisms]. Work na soisk. step. doktora tehn. nauk Kharkiv, 386. (in Ukrainian).
5. **Smehov A.A., Erofeev N.I., 1975.** Optimalnoe upravlenie podemno-transportnymi mashinami. [Optimum control of lifting and transporting machines] Moscow, Mashinostroenie Publ., 239. (in Russian).
6. **Romasevich Ju.O., 2015.** Dinamichna optimizacija rezhimiv ruhu mehanizmv vantazhopidjomnih mashin jak mehatronnih sistem. [Dynamic optimization of modes of movement of mechanisms of load-lifting machines as mechatronic systems]. Work dokt. tehn. nauk. Odessa, 519. – (in Ukrainian).

7. **Grigorov O.V., Svirgun V.P., Anishhenko G.O., Strizhak V.V., Okun A.O., 2013.** Optimalne keruvannja pidjomno-transportnimi mashinami (Optimale Steneriung fur Hebeund Fordermashinen) [Optimal control of lifting vehicles]. Kharkiv, NTU HPI Publ., 240. (in Ukrainian).
8. **Gerasimjak R.P., 2008.** Analiz i sintez kranovyh jelektromehaničeskikh sistem. [Analysis and synthesis of crane electromechanical systems]. Odessa, SMIL Publ., 192. (in Ukrainian).
9. **Goloskokov E.G., 1966.** Nestacionarnye kolebanija mehanicheskih sistem. [Nonstationary oscillations of mechanical systems]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 336. (in Ukrainian).
10. **Gorodzha A.D., 2000.** Zagal'na elektrotehnika. [General electrical engineering.]. Kyiv, KNUBA Publ., 248. (in Ukrainian).
11. **Gohberg M.M., 1969.** Metallicheskie konstrukcii podemno-transportnyh mashin. [Metal constructions of hoisting-and-transport machines]. Moscow, Mashinostroenie, 520. (in Russian).
12. **Kamke Je., 1969.** Spravochnik po differencialnym uravnenijam. [A Handbook of Differential Equations]. Moscow, Nauka, 576. (in Russian).
13. **Teorija, konstrukcija i raschet stroitel'nyh i dorozhnyh mashin.** [Theory, design and calculation of construction and road machinery]. Moscow, Mashinostroenie, 407. (in Russian).

**Substantiation of equivalent circuits for the calculation of parameters of the optimal starting of the load-lifting crane mechanism for the minimization of ropes tension during load lifting with the help of various manners**

*Yuriy Chovnyuk, Michail Dikterjuk,  
Vladimir Kravchjuk, Olga Ostapuschenko*

**Abstract.** Usually distinguish three basic stages of the movement of the lifting mechanism of the crane: start (overclocking), steady motion and inhibition (run, stop). For each of these stages of motion, certain relations between the work of the motive (or brake) forces and forces of resistance are characteristic. In particular, at the stage of starting the mechanism, it is necessary that the motive moment is greater than the moment from the forces of resistance to the motion. At the same time on the shaft of the engine during the start time there is a necessary acceleration and its angular velocity

increases from zero to tireless value, which corresponds to the passport mode. During the frequency set to the tireless value, the proper frequency of the engine shaft rotation is a function of time. In the process of launching the lifting mechanism, a resonance arises (the engine shaft rotation frequency is equal to the intrinsic frequency of the "drive-rope-load" system fluctuations.) This resonance causes a significant overload of the engine in the process of recruiting a fixed frequency. reducing the dangerous overloads of the engine during its start-up, and also reducing the over-load / load factor (dynamic) to the minimum value in the elastic element of the mechanism (rope). Participating mechatronic systems for controlling the movement of the lifting mechanism and using special controllers to set the following laws of the movement of the drive and the load, in which the dynamic factor will be minimal. In carrying out such calculations and optimizing the dynamic loads in the ropes of the lifting mechanism, the ways of lifting the load should be taken into account: " from the weight ", " with lifting "or" from the ground ", as well as the main k-nematy-force and geometric parameters of the mechanism. The purpose of this work is to establish the laws of motion of the elements of the lifting mechanism of the crane, which minimize the driving and excess moments on the shaft of the engine, as well as the dynamical coefficient in the elastic elements (ropes) of the mechanism during its start even in the presence of resonances (coincidence instantaneous the frequency of rotation of the shaft with the own frequency of the system "drive - rope - load"). The torque characteristics of the engine are taken into account according to the Clause formula, as well as various types of dynamic resistance to the rotational motion of the engine shaft. The parameters of optimal start of the crane lifting mechanism are calculated on the basis of substantiated equivalent schemes: a) "from the weight" by an absolutely hard rope; b) "from weight" by an elastic rope; c) "with picking up" or "from the ground". Established laws of motion, which minimize the tension of the elastic elements of the mechanism (ropes) when lifting the load, in the process of launch. The approaches and methods of classical variation calculus are used. The given results are obtained by numerical-analytical methods.

**Key words:** substantiation, equivalent circuit, calculation, parameters, optimal starting, load-lifting mechanism, crane, minimization, tension, ropes, load lifting, manners.