

УДК 681.3

С. Ю. Суліменко,

асп.кафедри інформаційних технологій в архітектурі КНУБА

В. О. Анпілогова,

к.т.н., проф.кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА

Ж. Г. Левіна,

к.т.н., доц.кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки КНУБА

ФОРМОУТВОРЕННЯ ПОВЕРХОНЬ ОБЕРТАННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗА ЇХ ЛІНІЯМИ ОБРИСІВ

Анотація: в роботі проведено параметричний аналіз задачі включення перспективної лінії обрису у визначник поверхонь обертання другого порядку та наведені конструктивні схеми їх реалізації.

Ключові слова: дизайн, перспектива, моделювання, поверхні другого порядку, лінія обрису.

Постановка проблеми. Наразі контурні лінії в значній мірі використовуються у сфері комп'ютерної графіки та дизайну як спосіб виділення об'єкту, або надання йому виразності. В свою ж чергу, розробленого апарату для моделювання на основі перспективного зображення ліній обрису досі не існує.

Сучасний рівень розвитку технологій та засобів дизайну відкриває нові можливості для комп'ютерного проектування на перспективних зображеннях. Однією з основних задач дизайнера при такому проектуванні є побудова штучної середи та вписування в неї об'єкту проектування. Досягнення органічного взаємозв'язку між призначенням та формою об'єкта проектування виникає в наслідок адекватного вписування його обрису у навколишнє середовище

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В рамках комп'ютерних технологій, формоутворення поверхонь обертання другого порядку за їх лініями обрисів, проведено в роботах [2,3]. Вони обмежені конусами, циліндрами та сферами.

В роботах [4,5,6] розглянуто більш широкі множини поверхонь, кожна з яких містить підмножину поверхонь обертання другого порядку. А саме, в роботі [5] на прикладі еліпсоїдів розглядаються центральні поверхні другого порядку. Проведено параметричний аналіз їх формоутворення з включенням перспективної лінії обрисів до визначника і запропоновані конструктивні алгоритми формоутворення. При цьому може довільно визначатись площина

така, що її перетин з обгортувальним конусом (Φ -коніка) буде належати поверхні, що моделюється. Або така площина (з точністю до паралельності) визначається точкою $\mathbf{0}$ на картині, що є бажаною проекцією центру квадрики. Натомість квадрика обертання має на два параметри менше, ніж квадрика загального вигляду (а саме сім) і тому ні Φ -коніка ні точка $\mathbf{0}$ не можуть бути визначені довільно. Тобто застосування підходу роботи [5] вимагає додаткового аналізу. В роботі [6] для поверхонь обертання з заданою віссю передбачається, що в точках лінії обрису задані дотичні, а тому і площини дотику. Тоді кожна точка лінії обрису визначає в просторі точку кола, що її породжує. Така точка належить площині дотику, площині що перпендикулярна до неї і проходить через вісь поверхні обертання та відповідній твірний конуса.

Але коли йдеться про поверхню обертання другого порядку, лінією обрису якої є крива другого порядку (\mathbf{K} -коніка), вісь поверхні не може бути задана довільно і такий підхід теж вимагає додаткових досліджень.

Формулювання цілей і завдання статті.

Виконати конструктивно-параметричний аналіз заявленої задачі і розв'язати наступні завдання:

1. Визначити площини симетрії конусу другого порядку до яких можуть належати осі поверхонь обертання.
2. Встановити максимальне число і зміст параметрів, які можуть бути задані на картинній площині, коли вісь поверхні обертання задано.
3. Запропонувати алгоритми реалізації формоутворення.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Нехай на картинній площині користувачем задана крива другого порядку,

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_1x + 2a_2y + a_0 = 0, \quad (1)$$

яку він асоціює з обрисом поверхні обертання.

Ця крива разом з точкою зору (початком координат) задає обгортувальний конус чотирьохпараметричної множини поверхонь другого порядку (9 параметрів квадрики – 5 параметрів коніки = 4 вільні параметри). Оскільки поверхня обертання другого порядку задається сьома параметрами, то обгортувальний конус визначає двопараметричну множину поверхонь обертання. В [6] показано, що лінія обрису та вісь однозначно задають поверхню обертання. Проблема полягає в тому, що при моделюванні квадрик обертання проекція осі не може бути обрана довільно. Вона має належати одній з двох площин симетрії обгортувального конуса.

Вісь лінії обрису (1) може бути проекцією осі поверхні обертання, що задана відповідним обгортувальним конусом тоді і тільки тоді, коли головна точка картини належить осі лінії обрису. На рис.1 проілюстровано це

положення на прикладі гіперболи. Рис.1.а ілюструє випадок, коли визначені проекції осей обертання як для формоутворення однопорожнинного гіперболоїда обертання (вісь W), так і для двопорожнинного (вісь V). На рис.1.б визначена тільки проекція осі обертання однопорожнинного гіперболоїда, на рис.1.в – двопорожнинного. Кожна з цих гіпербол задає дві поверхні обертання, але не всі проекції їх осей визначені.

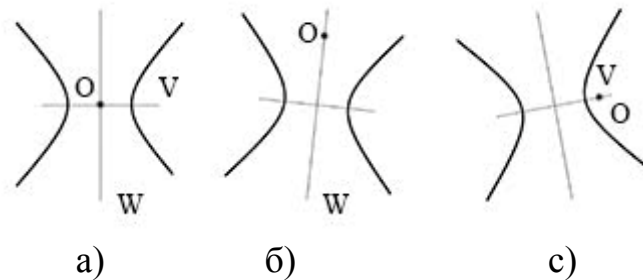


Рис.1. Варіанти визначеності на картині площин симетрії обгортувального конуса

У випадку, коли головна точка картини не належить жодній з осей кривої (1) необхідно визначити площини симетрії обгортувального конусу.

Щоб поверхня другого порядку в декартовій системі координат визначала конус з вершиною в початку координат необхідно і достатньо, щоб в загальному рівнянні були відсутні члени першого ступеню і вільний член. Тобто рівняння запишеться у вигляді:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx = 0 \quad (2)$$

Площина картини має координату z що дорівнює дистанційній відстані. Замінюємо в (2) $z=d$ отримуємо рівняння кривої (1). Тому в (2):

$$a_{33}=a_0/d; \quad a_{31}=a_1/d; \quad a_{23}=a_2/d.$$

Інші коефіцієнти в (2) дорівнюють коефіцієнтам в (1).

Площини симетрії поверхні другого порядку обумовлені головними напрямками поверхні, які визначаються як такі, що діаметральні площини, які спряжені з ними, перпендикулярні до них. Якщо вектор $a=\{l,m,n\}$ має головний напрямок, то він задовольняє рівнянню:

$$\begin{aligned} a_{11}l + a_{12}m + a_{13}n &= \lambda l, \\ a_{21}l + a_{22}m + a_{23}n &= \lambda m, \\ a_{31}l + a_{32}m + a_{33}n &= \lambda n, \end{aligned} \quad (3)$$

де λ знаходиться з характеристичного рівняння:

$$\lambda^3 - I_1\lambda^2 + I_2\lambda - I_3 = 0, \quad (4)$$

де I_1, I_2, I_3 , - інваріанти ортогонального перетворення [1].

Три корені рівняння (4) у випадку конуса (окрім конуса обертання) не дорівнюють один одному і нулю. Для кожного значення λ з системи (3) знаходяться вектори головних напрямків

$$a_i = \{ l_i, m_i, n_i \}, I = 1, 2, 3.$$

Площини симетрії будуються як такі, що перпендикулярні цим векторам та належать вершині конуса – точці зору S. Перетин площин симетрії з картиною визначає проєкції можливих осей обертання на картину :W', V'.

На рисунку 2 надано приклад роботи за приведеним алгоритмом. На рисунку 2.а показано криву, яку користувач відрізками задає приблизно схожою на гіперболу. На ній же він на власний розсуд задає п'ять точок. За координатами точок 1,...,5 знаходиться рівняння гіперболи. Її креслення та осі симетрії надані на рис. 2.б. На рисунку 2.в показані як осі гіперболи W,V, так і проєкції площин симетрії W', V' обгортувального конуса. Інформація надана на рисунку 2.в є вихідною для формоутворення поверхонь обертання, бо їх осі мають належати площинам симетрії, які мають сліди W', V'.

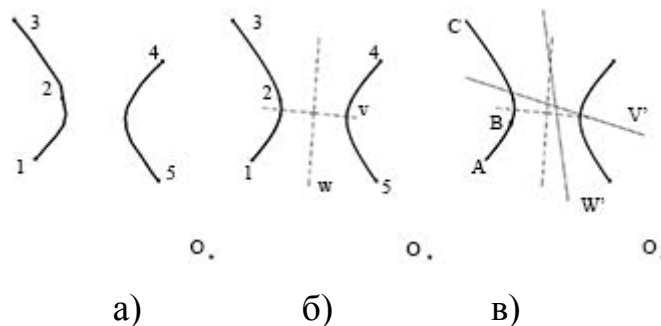


Рис.2. Технологія завдання лінії обрису у вигляді гіперболи

На рис. 3 показано результат моделювання одноповерхнинного гіперболоїда обертання за алгоритмом [6]. Не тільки його лінія обрису є гіперболою, а і твірна поверхні обертання – гіпербола, яка має три параметри, бо задана її вісь (вісь поверхні). Тобто для визначення поверхні достатньо побудувати три кола. Бажано, щоб користувач задав їх на свій розсуд, бо перш за все визначаються граничні точки. Точки А, В, С відповідають точкам, заданим на рис. 2.в. По ним та по дотичним в них (а вони на гіперболі завжди визначені) будуються три кола і знаходиться твірна поверхні обертання. Поверхня та її зображення тоновані.

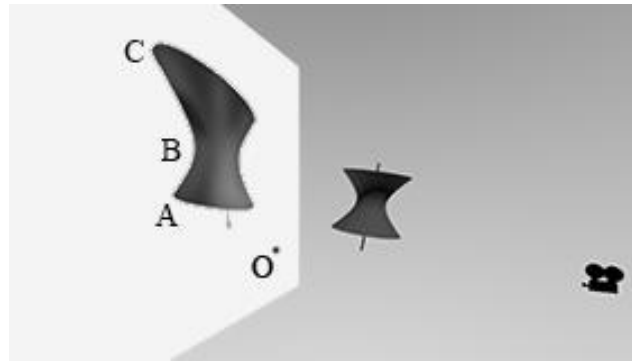


Рис.3. Приклад побудови поверхні однопорожнинного гіперболоїду за заданою перспективною лінією обрису

Висновки. Проведений аналіз показав, що поверхні обертання за заданими лініями обрису можуть будуватися по схемі розробленій раніше, але підготовка вихідної інформації вимагає суттєвих додаткових розрахунків, які проте залишаються непомітними для користувача.

Література

1. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. – М.: «Московский университет», 1969. – 698с.
2. Сазонов К.А. Компьютерное формообразование конических и цилиндрических поверхностей на перспективных изображениях по линиям очертания. // Прикладна геометрія та інженерна графіка// -К.:КНУБА,2012. – Вип.89. С.33-38.
3. Янковська Л.Є. Комп'ютерне моделювання сферичних об'єктів дизайну на перспективних зображеннях за лініями обрису: Автореферат дисертації...к.т.н. – К.,2015 – 25с.
4. Сазонов К.А. Компьютерное формообразование поверхностей вращения на перспективных изображениях по линиям очертания.// Прикладна геометрія та інженерна графіка// -К.:КНУБА, 2012. – Вип.90. С.298-301.
5. Суліменко С.Ю. Конструктивно-параметричний аналіз формоутворення еліпсоїдів за їх лініями обрисів // Современные проблемы архитектуры и градостроительства: Научн.-техн.сборник – К.:КНУБА, 2016. – Вып.42. – С.103-109.
6. Сазонов К.О., Суліменко Г.Г, Суліменко С.Ю. Моделювання поверхонь обертання на перспективних зображеннях // Сучасні проблеми моделювання: зб.наук. праць / МДПУ ім. Б.Хмельницького – Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2016. Вип.5. – С.110-115.

Аннотация. В работе проведен параметрический анализ задачи включения перспективной линии очертания в определитель поверхностей вращения второго порядка и приведены конструктивные схемы их реализации. Ключевые слова: дизайн, перспектива, моделирование, поверхности второго порядка, линия очертания.

Annotation. In current article is the problem of including perspective outline to the identifier of second degree surfaces parametrically analyzed, and there are constructive schemes of solution of current problem conducted. Keywords: design, perspective, modelling, surface ,outline