

УДК 539.375

С.О. Пискунов, канд. техн. наук  
С.В. Мицюк

## **ВИЗНАЧЕННЯ РЕСУРСУ ПРОСТОРОВИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ ЗМІННОЇ ПЛОЩІ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З ПОЧАТКОВОЮ ТРІЩИНОЮ**

На основі НМСЕ досліджено вплив зміни площі поперечного перерізу об'єкта на характерні розміри тріщини і величину ресурсу при багато цикловому навантаженні.

**Вступ.** Обчислення несучої здатності і визначення розрахункового ресурсу відповідальних елементів конструкцій з початковими тріщинами передбачає проведення моделювання росту тріщини. Величина ресурсу елемента конструкції з тріщиною визначається кількістю циклів навантаження до досягнення тріщиною певного, наперед обумовленого критичного розміру.

Значна кількість відповідальних об'єктів являють собою просторові тіла, в тому числі тіла обертання складної конфігурації: ротори та диски парових і газових турбін, фрагменти оболонок ядерних реакторів, ємності і резервуари, деталі трубопроводів, елементи технологічного обладнання та ін.. В певних випадках їх напружено-деформований стан може мати невісесиметричний характер, що може бути спричинено невісесиметричним зовнішнім навантаженням, наявністю початкових тріщин, а для тонкостінних тіл обертання – вихідні недосконалості форми у вигляді змінності геометричних розмірів вздовж колової координати. Які можуть знаходитися під дією довільного розподіленого в просторі невісесиметричного навантаження. В той же час циклічний характер зовнішніх навантажень призводить до розвитку початкових тріщин.

Визначення напружено-деформованого стану просторових тіл обертання змінної площі поперечного перерізу і моделювання росту тріщин при використанні традиційного тривимірного МСЕ, може призвести до значних обчислювальних витрат. Зважаючи на це для розв'язання задачі доцільним є використання напіваналітичного МСЕ.

Метою даної роботи є апробація розроблених скінчено-елементних засобів визначення напружено-деформованого стану і методик визначення КІН і моделювання росту тріщини для тіл змінної площі поперечного перерізу та розв'язання на їх основі задач про визначення

ресурсу просторових тіл обертання змінної площі поперечного перерізу з початковою тріщиною в умовах циклічного навантаження.

**1. Співвідношення механіки руйнування.** Для опису просторового напружено-деформованого стану в околі фронту тріщини застосовується пов'язана із тріщиною система координат  $y^{i''}$ : вісь  $y^{1''}$  спрямована за нормаллю до поверхні тріщини, а  $y^{2''}$ ,  $y^{3''}$  – за дотичною до фронту. У випадку лінійного деформування під впливом силового навантаження напружено-деформований стан в околі вершини тріщини може бути описаний асимптотичними формулами, які встановлюють взаємозв'язок між переміщеннями і напруженнями та коефіцієнтом інтенсивності напружень. Для випадку тріщин нормального відриву, що розглядаються найчастіше (тип I, рис. 1), в яких переміщення берегів тріщини перпендикулярні її площині, ці залежності мають вигляд [1]:

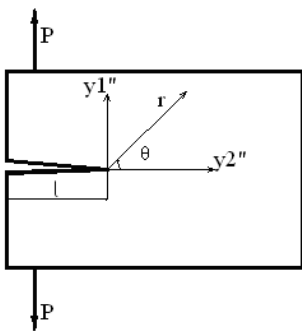


Рис. 1

$$\begin{aligned}\sigma^{1'1''} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \\ \sigma^{1'2''} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}, \\ \sigma^{2'2''} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \\ u_1'' &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right), \\ u_2'' &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right).\end{aligned}$$

де  $r$ ,  $\theta$  – полярні координати з початком у точці фронту тріщини, для якої визначені КІН;  $G$  – модуль зсуву;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

При впливі циклічного навантаження процес розвитку тріщини описується диференціальними залежностями, що встановлюють зв'язок між приростом довжини тріщини  $dl$ , кількістю циклів навантаження  $dN$  і значенням КІН  $K_I(l)$ , що відповідає поточній довжині (характерним розмірам) тріщини  $l$  в кожній точці її фронту [6]:

$$\frac{dl}{dN} = C (K_I(l))^b, \quad (1.1)$$

де  $C$  і  $b$  – коефіцієнти, що характеризують фізичні властивості матеріалу.

Визначення ресурсу передбачає визначення параметрів напружено-деформованого стану, КІН [1,5] та ефективного алгоритму моделювання росту тріщини [1].

**2. Методика визначення напружено-деформованого стану і параметрів механіки руйнування тіл обертання змінної площі поперечного перерізу на основі НМСЕ.** При використанні НМСЕ скінченно-елементна дискретизація об'єкта відбувається в поперечному перерізі, а вздовж направляючої використовується один скінчений елемент, який повторює форму тіла (рис. 2).

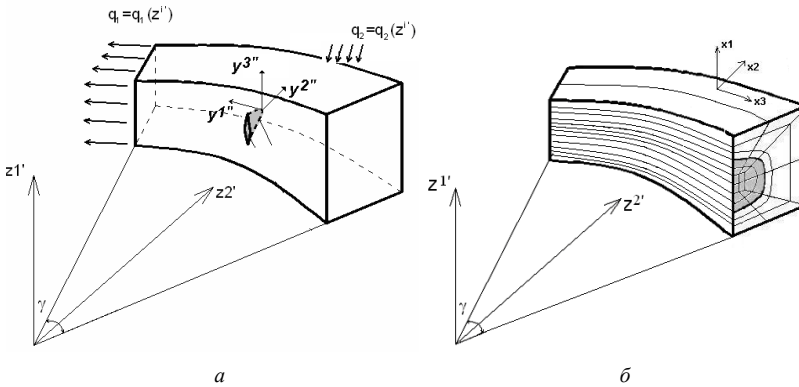


Рис. 2

Для дискретизації тіл обертання змінної площі поперечного перерізу в НМСЕ використовуються неоднорідний круговий скінчений елемент, що являють собою криволінійну призму утворену переміщенням чотирикутника довільного обрису вздовж напрямної у вигляді дуги кола. При цьому передбачається, що конфігурація поперечного перерізу СЕ зберігається незмінною, а площа може змінюватись за законом:

$A(z^3) = A_0 f(z^3)$ , де  $A_0$  - площа поперечного перерізу при  $z^3 = 0$ ,  $f(z^3)$  – монотонна безперервна функція. Розв'язувальні співвідношення для даного скінченого елемента отримано в роботі [4].

Обчислення КІН здійснюється прямим методом [1] на основі результатів розв'язання задачі про визначення напружено-деформованого стану тіла з тріщиною. Відповідна методика і результати її апробації для тіл сталої площі поперечного перерізу викладені в [5].

При виконанні чисельного інтегрування рівняння (1.1) в кожній точці фронту  $i$  ( $i=1..k$ ) характерні розміри тріщини  $l_m^i$  на кожному наступному

кроці визначаються за довжиною тріщини на попередньому кроці  $l_{m-1}^i$  з врахуванням її приросту  $\Delta l_m^i$  (рис. 3):

$$l_m^i = l_{m-1}^i + \Delta l_m^i. \quad (2.1)$$

Визначення приросту довжини тріщини в точках фронту за  $\Delta N$  циклів навантаження виконується за величиною КІН  $i$ , згідно з (1.2), становить:

$$\Delta l_m^i = C \left( K_I (l_m^i) \right)^b \Delta N_m. \quad (2.2)$$

За величинами  $\Delta l_m^i$  обчислюються нові координати вузлів фронту тріщини, а також інших вузлів СЕ моделі і проводиться зміна конфігурації сіткової області.

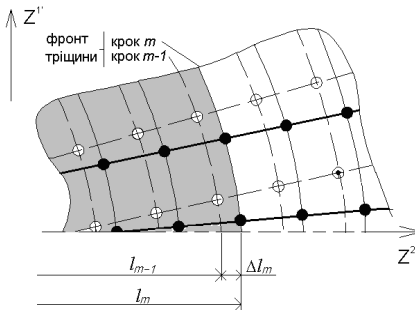


Рис. 3

В роботі [2] було розглянуто декілька алгоритмів обчислення параметрів напружено-деформованого стану при покроковому моделюванні росту тріщини і шляхом розв'язку тестових прикладів про моделювання росту тріщини в тілах різної конфігурації було показано, що найвища точність визначення параметрів напружено-деформованого стану і ресурсу досягається при

використанні алгоритму з екстраполяцією по повних переміщеннях. Основа його полягає у тому, що враховуючи, що змінення напружено-деформованого стану, пов'язане із зміненням конфігурації тріщини від кроку до кроку є незначним, за перше наближення розв'язку на кроці  $m$  можна прийняти повне переміщення точок тіла, отримані на попередньому кроці:

$$\{u\}_0^m = \{U\}^{m-1}. \quad (2.3)$$

На першій ітерації прирощення напруження обчислюється за повними переміщеннями попереднього кроку  $m-1$ :

$$\{\Delta \sigma\}_1^m = f(\{U\}^{m-1}), \quad (2.4)$$

а на наступних ітераціях  $n$  – за повними переміщеннями, отриманими на попередній ітерації  $n-1$  даного кроку  $m$ :

$$\{\Delta\sigma\}_n^m = f(\{U\}_{n-1}^m). \quad (2.5)$$

Отримані на останній ітерації кроку  $m$  ( $m=2,3,\dots,M$ ) напруження і переміщення є повними напруженнями і переміщеннями для тіла з тріщиною розмірами  $l_m^i$ :

$$\{\sigma\}_N^m = \{\Delta\sigma\}_N^m, \quad (2.6)$$

$$\{U\}^m = \{u\}_N^m. \quad (2.7)$$

Таким чином виключається похибка, що утворюється внаслідок обчислення параметрів напружено-деформованого стану за величинами прирощень переміщень на кожному кроці.

Для дослідження можливостей описаної методики до визначення ресурсу тіл обертання змінної площі поперечного перерізу з початковими тріщинами, було проведено розв'язання тестового прикладу про деформування циліндра змінної площі поперечного перерізу під впливом внутрішнього тиску із початковою тріщиною при різних співвідношеннях характерних розмірів перерізів  $t_1$  і  $t_2$  (рис.4).

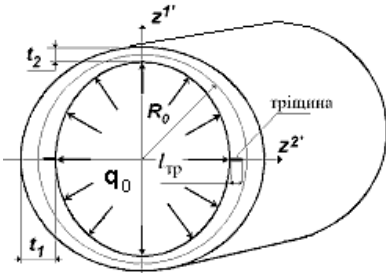


Рис. 4

Внаслідок симетрії розглядалась  $\frac{1}{4}$  частина поперечного перерізу циліндра. Середній радіус циліндра  $R_0=100$ мм, характерні номінальні товщини стінок  $t_0=20$ мм.,  $t_{1,2} = t_0 \pm kt_0 / (2 \times 100)$ , де  $k$  – коефіцієнт, що являє собою відмінність товщини від  $t_0$  (в відсотках). Навантаження, що діє на внутрішню поверхню циліндра складає  $q_0 = 1.67$ МПа. Розглянуто зміну площ поперечного перерізу на 4% та 10% на секторі циліндра кутом  $90^\circ$  градусів (рис. 4).

На першому етапі проведено дослідження вірогідності моделювання напружено-деформованого стану без тріщини. Дискретні моделі МСЕ та НМСЕ наведені на рис. 5. Розподілення безрозмірних величин колових напружень  $\sigma_\theta/q_0$  вздовж радіуса, отримані основі МСЕ та НМСЕ

зображено на (рис. 6). Як видно, для внутрішнього радіуса максимальна різниця колових напружень складає: при  $k=4\%$  1,47%, при 10% – 4,66%. Для зовнішнього радіуса в точках різниця колових напружень складає: при 4% – 1%, при 10% – 1,95%.

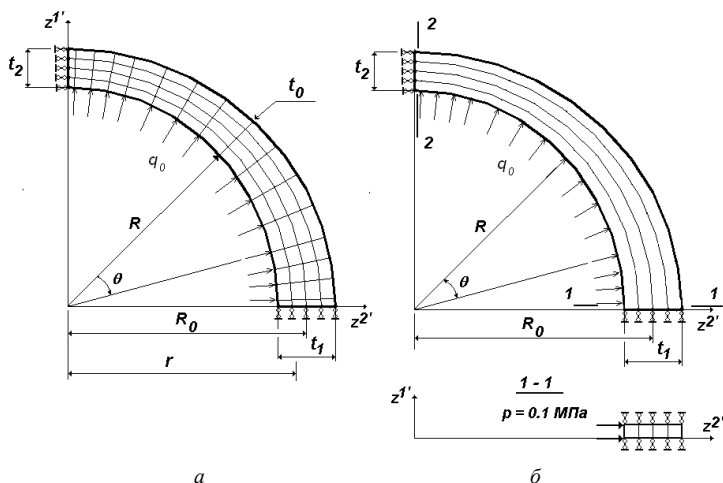


Рис. 5

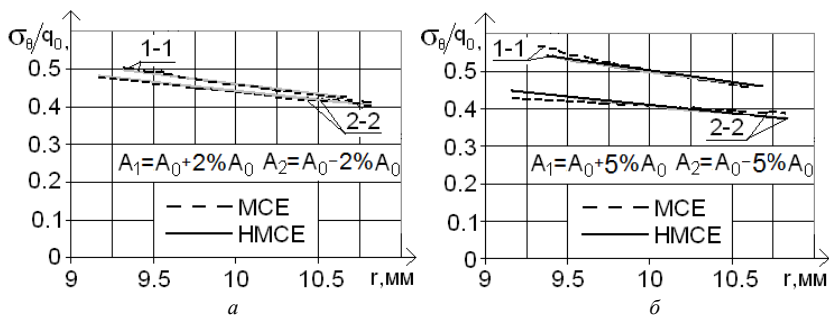


Рис. 6

Таким чином отримані результати розв'язку тестової задачі засвідчили задовільну точність отримуваних величин напружень при зміні площі поперечного перерізу в межах 10%.

Необхідною передумовою вірогідного моделювання росту тріщини є висока точність визначення КІН. Тому важливим є перевірка достовірності його величин при різних характерних розмірах тріщини.

Для дослідження достовірності визначення КІН в тілах обертання змінної площі поперечного перерізу було розв'язано задачу про визначення КІН в циліндрі.

Матеріал циліндра являє собою високоміцну корозійностійку сталь 08X14АН4МДБ, фізико-механічні характеристики пружного деформування  $E = 2,04 \cdot 10^5$  МПа;  $\nu = 0.3$ , константи рівняння Періса (1)  $C = 1,32 \cdot 10^{-12}$ ,  $b = 3.83$ . [3]. Фрагменти дискретних моделей МСЕ і НМСЕ в околі вершини тріщини наведені на рис. 7,а та рис. 7,б відповідно. Загальний вигляд дискретної моделі є аналогічним наведеним на рис. 5.

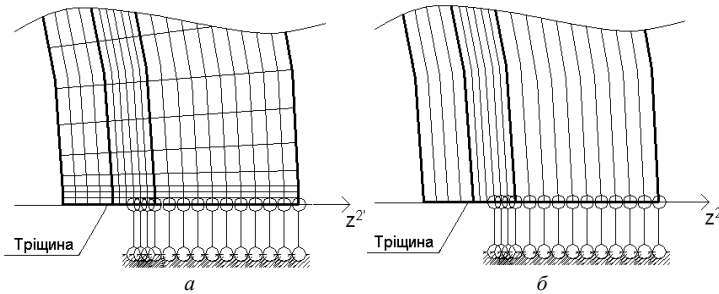


Рис. 7

Розрахунок було проведено при різних довжинах тріщини  $l_{Tp}$ . Отримані результати визначення КІН при різних довжинах тріщинах із використанням МСЕ і НМСЕ повністю співпали (різниця не перевищує 1%). Таким чином, результати є вірогідними при різних довжинах тріщин.

Для подальшого дослідження вірогідності моделювання росту тріщини і визначення впливу зміни площі поперечного перерізу на величину ресурсу було проведено моделювання росту тріщини в даному циліндрі із використанням розробленої методики.

Як бачимо з отриманих результатів (рис. 8) при зміні площі поперечного перерізу на 4% ресурс зменшується близько 8%, а при зміні площі поперечного перерізу на 8% ресурс порівняно із сталою площею поперечного перерізу зменшується на 15%. Це дозволяє зробити висновок, що зміна площі поперечного перерізу вздовж утворюючої призводить до значного зменшення величини ресурсу. Результати за НМСЕ були порівняні із результатами отриманими в МСЕ (рис. 8). Результати співпали в межах 1%-2% (рис. 8).

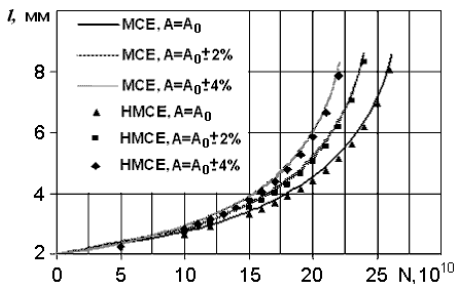


Рис. 8

**3. Визначення ресурсу в робочій камері високого тиску при багато-цикловому навантаженні.** На наступному етапі даної роботи було проведено дослідження впливу зміни площі поперечного перерізу на величину ресурсу робочої камери високого тиску з початковою еліптичною тріщиною при багато цикловому навантаженні (рис. 9).

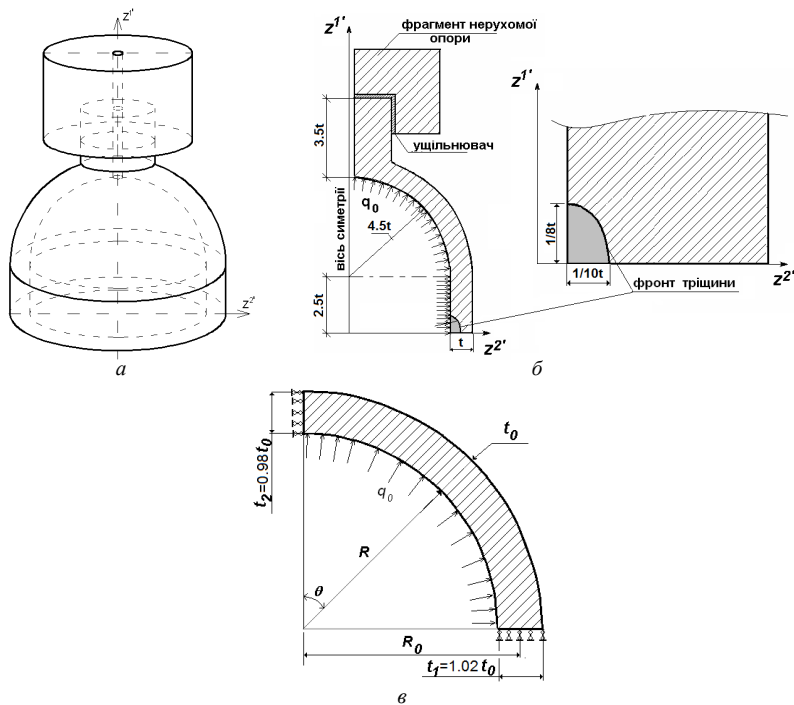


Рис. 9



Об'єкт виготовлений із сталі 08X14АН4МДБ і являє собою тіло обертання, верхня частина якого закріплена в масивній нерухомій опорі (рис. 9,а). Поперечний переріз показаний на рис.9,б. Камера навантажена рівномірно розподіленим внутрішнім тиском  $q_0 = 1.67$  МПа, середній радіус циліндричної частини  $R_0 = 100$  мм, товщина стінки  $t_0 = 20$  мм. В циліндричній частині стінки камери наявна вихідна напівеліптична тріщина. При цьому, внаслідок недосконалостей технологічного процесу обробки товщина стінки камери є змінною вздовж утворюючої, що проілюстровано повздовжним розрізом (рис. 9,в). В зв'язку з цим було досліджено вплив зміни площі поперечного перерізу в цій частині камери на величину ресурсу.

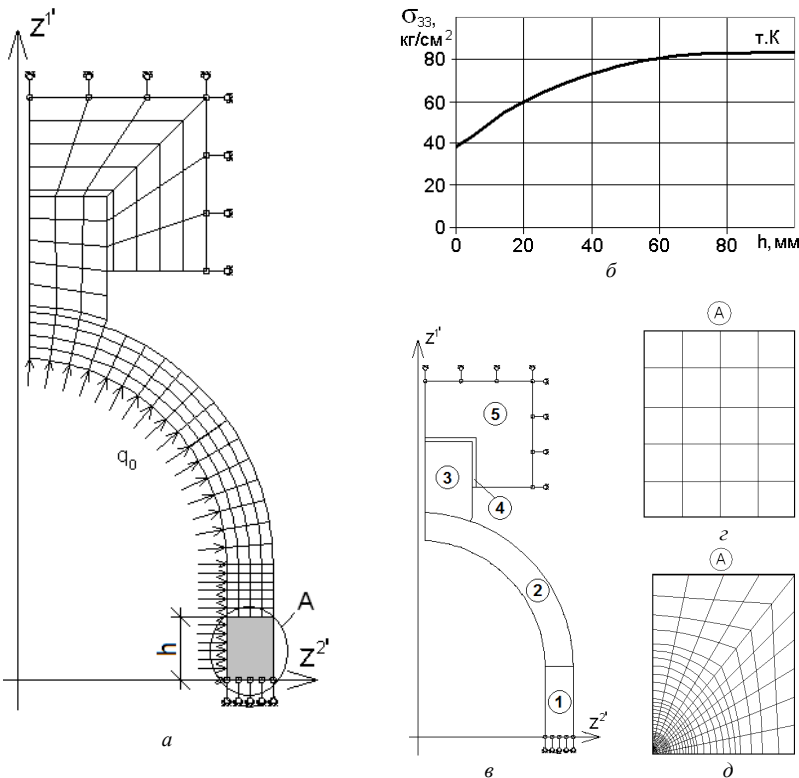


Рис. 10

Побудова дискретної моделі НМСЕ, загальний вигляд поперечного перерізу якої на рис. 10,а, здійснений на основі пофрагментної

дискретизації області (рис.10,в) із використанням регулярних сіткових структур.

На першому етапі було досліджено напружено деформований стан без початкової тріщини. При цьому для фрагмента дискретної моделі, що відповідає циліндричній частини, використана регулярна скінчено-елемента сітка (рис. 10,г). Для дослідження можливості використання відомих аналітичних розв'язків із визначення напружено-деформованого стану циліндричних і сферичних посудин для визначення напружено-деформованого стану і ресурсу камери було проведено дослідження величини колових напружень в околі точки розташування тріщини (т.К.) в залежності від висоти циліндричної частини  $h$  рис. 10,б. Як бачимо, при досягненні  $h=72\text{мм}$  напруження повністю співпадають з аналітичним розв'язком. У даному випадку висота циліндричної частини складає 45мм. (рис. 9), відповідно відмінності напружень від аналітичного розв'язку є досить суттєвими, що спричиняє неможливість використання аналітичних формул для визначення напружено-деформованого стану, і потребує розв'язання задачі чисельними методами.

Фронт початкової тріщини має еліптичну конфігурацію: співвідношення напіввісей тріщини вздовж вісей  $z^1$  та  $z^2$  складає 5/4, розмір меншої з півосей тріщини, розташованої в напрямку радіусу, складає 1/10 товщини стінки. Фрагмент відповідної скінчено-елементної моделі циліндричної частини камери з тріщиною зображений на рис. 10,г.

Розподілення КІН вздовж фронту початкової еліптичної тріщини при сталій і змінній площі поперечного перерізу відрізняється незначно (близько 2-3%, рис. 11).

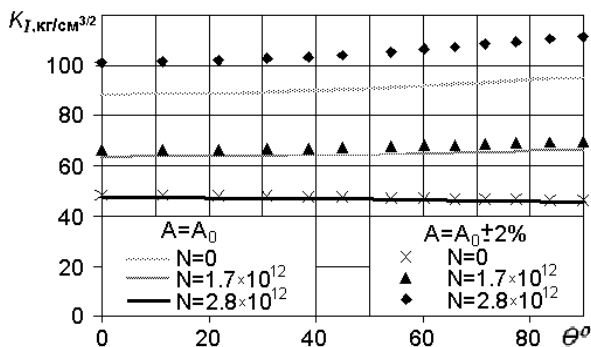


Рис. 11

При моделюванні росту тріщини з метою дослідження збіжності результатів в залежності від величини кроку за кількістю циклів

навантаження  $\Delta N$  розв'язання задачі за умови сталої товщини стінки проведено при  $\Delta N=1.0 \cdot 10^{10}$  і  $\Delta N=2.5 \cdot 10^{10}$ . Як видно з наведених залежностей різниця (рис. 12) кількості циклів до руйнування складає менше ніж 1.5% характерних розмірів тріщини вздовж вісі  $z^1$ , а по  $z^2$  відмінність отриманих довжин тріщин становить 1%. Таким чином, збіжність досягається при  $\Delta N=2.5 \cdot 10^{10}$ .

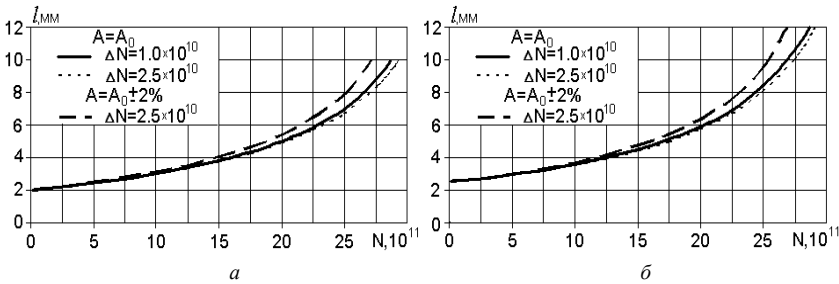


Рис. 12

Порівняння конфігурацій фронту тріщини при сталій ( $A_0$ ) і змінній ( $A_0 \pm 2\%$ ) площі поперечного перерізу наведена на рис.13 (1-початкова тріщина ( $N=0$ ), 2 –  $N=1.7 \cdot 10^{12}$ ; 3 –  $N=2.4 \cdot 10^{12}$ ; 4 –  $N=2.8 \cdot 10^{12}$ ). Як видно, з часом різниця конфігурації розмірів тріщини зростає, зокрема вздовж вісі  $z^1$  після  $N=1.7 \cdot 10^{12}$  ця різниця складає 1,4%, після  $N=2.4 \cdot 10^{12}$  – 13%, після  $N=2.8 \cdot 10^{12}$  – 24% .

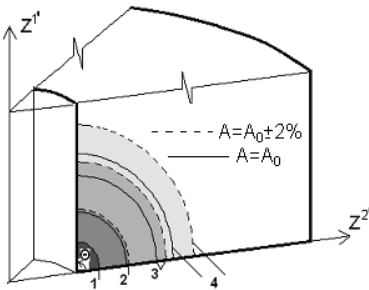


Рис. 13

Аналіз розподілень КІН вздовж фронту тріщини, виконаний після  $N=1.7 \cdot 10^{12}$  і  $N=2.8 \cdot 10^{12}$  циклів навантаження для сталюї і змінної товщини свідчить, що з часом різниця величин КІН також зростає (рис.11) відповідно до зростання різниці конфігурації фронтів тріщини при сталюї та змінній площі поперечного перерізу.

Таким чином, зміна площі поперечного перерізу в межах 4% спричиняє суттєве зміння

характерних розмірів тріщини і зменшення величини ресурсу на 6.7%

**Висновок.** В даній роботі була проведена апробація розроблених в попередніх роботах методик визначення параметрів механіки руйнування і моделювання росту тріщин для чисельного дослідження тіл обертавання

змінної площі поперечного перерізу. На цій основі проведено розв'язання практичної задачі про дослідження впливу зміни площі поперечного перерізу на величину ресурсу при циклічному навантаженні. Отримані результати показали, що незначна зміна площі поперечного перерізу суттєво впливає на характерні розміри тріщини.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженев В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298с.
2. *Гуляр О.І., Пискунов С.О., Шкриль О.О. Мицюк С.В.* Алгоритм розв'язання задач про моделювання росту тріщини при визначенні граничного ресурсу. //Опір матеріалів і теорія споруд. – К., 2008.- Вип. 81. с.57-83.
3. *Дронов В.С.* Влияние структурного состояния на кинетику локализованного усталостного разрушения конструкционных сталей.// АВТОРЕФЕРАТ диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук – Тула.2008 -46с.
4. *Пискунов С.О., Шкриль О.О., Мицюк С.В.* Визначення напружено-деформованого стану тіл обертання із використанням кругового скінченного елемента змінної площі поперечного перерізу// Геотехнічна механіка: Міжвідомчий збірник наукових праць/ Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. – Дніпропетровськ, 2007. – Вип. 71. – С.198-223..
5. *Пискунов С.О., Шкриль О.О., Мицюк С.В.,* Визначення параметрів лінійної механіки руйнування для неоднорідних кругових тіл// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2006. – Вип. 80. – С. 9-22.
6. *Троценко В.Т., Покровский В.В., Прокопенко А.В.* Трещиностойкость металлов при циклическом нагружении. – К.:Наук. думка, 1987.-257с.

Отримано 02.05.10

*Пискунов С.О., Мицюк С.В.*

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОЩАДИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ С НАЧАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ.**

На основе ПМКЭ исследовано влияние изменения площади поперечного сечения объекта на характерные размеры и величину ресурса при многоцикловом нагружении.

*Pyskunov S.O., Mytsyuk S.V.*

#### **LIFETIME DEFINITION OF SPATIAL BODIES OF ROTATION OF THE VARIABLE AREA OF CROSSSECTION WITH THE INITIAL CRACK.**

An influence of change of the area of cross section on characteristic size of crack and life time value at multisequencing loading is investigated on the basis of SFEM.