УДК 539.3

ІНДИФЕРЕНТНІСТЬ ТЕНЗОРІВ ДЕФОРМАЦІЙ, НАПРУЖЕНЬ ТА ЇХ ПРИРОЩЕНЬ ЗА УМОВИ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ СПОЛУЧЕНОСТІ

Ю.В. Максим'юк,
канд. техн. наук, доцент

Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна. 03680

Розглянута проблема комплексного моделювання зміни властивостей матеріалу в залежності від фізичної і геометричної нелінійності для чисельного моделювання формозмінення тонкостінних масивних та комбінованих вісесиметричних тіл. На основі класичних робіт викладені основні поняття, індиферентність тензорів деформацій, напружень та їх прирощень при умові енергетичної сполученості при опису процесу формозмінення.

Ключові слова: фізична та геометрична нелінійність, тонкостінні масивні та комбіновані вісесиметричні тіла, індиферентність, умова енергетичної сполученості, початкова відрахункова, проміжна перемінна відрахункова та актуальна конфігурація.

Вступ. Проблемі чисельного моделювання формозмінення тонкостінних масивних та комбінованих вісесиметричних конструкцій на основі МСЕ приділено велика кількість робіт, але для кожного з описаних класів об'єктів окремо, що значно звужує область застосування даних розробок.

В даній роботі прийнята спроба побудови універсальних математичних моделей, описуючих еволюцію напружено-деформованого стану тонкостінних масивних та комбінованих вісесиметричних тіл, незалежно від виду процесу формозмінення.

1. Конфігурації при моделюванні формозмінення. Математичне моделювання формозмінення тонкостінних, масивних та комбінованих вісесиметричних тіл здійснюється на основі фізичної і геометричної нелінійності та термов'язкопружнопластичної задачі. Прийнято, що матеріал відповідає моделі ізотропного середовища при малих пружних і великих незворотних деформаціях.

Вісесиметричні об'єкти розглядаються в базисній декартовій системі координат. Суттєва зміна первісної геометрії тіл при формозміненні обумовлена необхідністю використовувати початкову відрахункову та актуальну конфігурації, вектори місця і метричні тензори яких визначаються наступними співвідношеннями:

$$\overline{r} = \overline{r}(z^{1'}, t_0), \qquad g_{ij} = \overline{r}_{,i}\overline{r}_{,j}, \qquad \overline{r}_{,i} = \frac{\partial}{\partial z^{1'}}\overline{r},$$

$$\overline{R} = \overline{R}(Z^{1'}, t), \qquad G_{ij} = \overline{R}_{,i}\overline{R}_{,j}, \qquad \overline{R}_{,i} = \frac{\partial}{\partial z^{1'}}\overline{r}. \tag{1}$$

Тут і в подальшому великі латинські літери застосовуються при визначенні параметрів актуальної конфігурації, малі – початкової відрахункової.

Представляючи вектор місця якоїсь точки актуальної конфігурації, як суму вектора місця початкової відрахункової конфігурації і вектора переміщень $\bar{u}$, приходимо до виразів метричного тензора актуальної конфігурації:

$$G_{ij} = (\overline{r}_{,i} + \overline{u}_{,i})(\overline{r}_{,j} + \overline{u}_{,j}) = \overline{r}_{,i}\overline{r}_{,j} + \overline{r}_{,j}\overline{u}_{,i} + \overline{r}_{,i}\overline{u}_{,j} + \overline{u}_{,i}\overline{u}_{,j} = g_{ij} + \Delta G_{ij}, \tag{2}$$

де

$$\Delta G_{ij} = \overline{r}_{,j}\overline{u}_{,i} + \overline{r}_{,i}\overline{u}_{,j} + \overline{u}_{,i}\overline{u}_{,j}. \tag{3}$$

Тензор деформацій актуальної конфігурації приймається зв'язаним з мірою Фінгера, визначеним також в актуальній конфігурації, причому коваріантні компоненти Фінгера F^{ij} рівні коваріантним компонентам метричного тензора початкової відрахункової конфігурації [2]

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\hat{\mathrm{F}} - \hat{\mathrm{G}}). \tag{4}$$

Для опису напруженого стану об'єкта використовується тензор істинних напружень Коші.

При виборі мір деформацій і напружень враховано вимоги енергетичної сполученості. Як показано в роботі [1], міри Фінгера і Коші являються енергетично сполученими, на відміну на приклад від мір Генкі і Коші.

Матеріальні похідні по часу від тензора деформацій (3) і тензора напружень Коші цим властивостям не володіють, тому необхідно використовувати об'єктивні похідні.

2. Об'єктивність тензорів приросту деформацій та напружень. В якості об'єктивної похідної використовується похідна Олдроїда [3]. Вибір об'єктивної похідної для прийнятої моделі матеріалу при малих пружних і великих незворотних деформаціях, як показано в роботі [1], може бути довільним і зроблений виходячи із зручності побудови обчислювального процесу. До переваг похідної Олдроїда потрібно також віднести відсутність осциляцій при чистому зсуві, що характерно для похідної Яумана.

Для математичного обґрунтування об'єктивності використання формулювань законів стану, а також для побудови крокового процесу вирішення еволюційних задач формозмінення початкова відрахункова конфігурація тіла, відповідна моменту часу $\tilde{t}$, достатньо близькою до t актуальної конфігурації:

$$t = \tilde{t} + \Delta t. \tag{5}$$

Графічне зображення вектора місця трьох використовуваних конфігурацій (початкова відрахункова, проміжна перемінна відрахункова, актуальна) представлено на рис. 1.

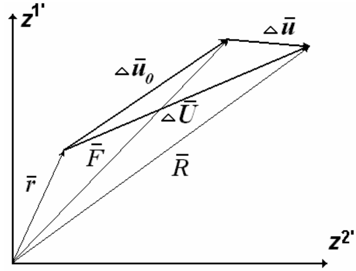

Рис. 1

Приріст Δt вибирається таким чином, щоб приріст компонент метричного тензора при переході від проміжної перемінної відрахункової конфігурації до актуальної були малі в порівнянні з G_{ij} .

$$\Delta\hat{G} = \hat{G} - \hat{\hat{g}} \qquad \Delta G_{ij} \ll G_{ij} . \tag{6}$$

Використовуючи проміжну перемінну відрахункову конфігурацію, тензор деформацій можна представить наступним чином:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\hat{\mathrm{F}} - \hat{\hat{\mathrm{g}}} - \hat{\mathrm{G}}) = \hat{\hat{\varepsilon}} + \Delta\hat{\varepsilon}, \tag{7}$$

де

$$\hat{\hat{\varepsilon}} = \frac{1}{2}(\hat{\mathrm{F}} - \hat{\hat{\mathrm{g}}}), \qquad \Delta\hat{\varepsilon} = -\frac{1}{2}\Delta\hat{\mathrm{G}}. \tag{8}$$

Приймаючи швидкість деформації в якості похідної Олдроїда від тензора (3), покажемо об’єктивність тензора приросту деформацій при переході від проміжної перемінної відрахункової до актуальної конфігурації:

$$\Delta\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}^{ol}\Delta t , \tag{9}$$

де

$$\hat{\varepsilon}^{ol} = \frac{1}{2}\left[\dot{\hat{F}} - \dot{\hat{G}} - \nabla\bar{\upsilon}^{T}(\hat{F} - \hat{G}) - (\hat{F} - \hat{G})\nabla\bar{\upsilon}\right] = \frac{1}{2}(\dot{\hat{G}} + \nabla\hat{G}) = -\frac{1}{2}\frac{\partial\hat{G}}{\partial t} . \tag{10}$$

Аналогічно (7) представимо напруження в актуальній конфігурації:

$$\hat{\sigma} = \hat{\hat{\sigma}} + \Delta\hat{\sigma}, \tag{11}$$

де

$$\hat{\hat{\sigma}} = \tilde{\sigma}^{ij}\bar{e}_i\bar{e}_j, \qquad \Delta\tilde{\sigma} = \Delta\sigma^{ij}\bar{E}_i\bar{E}_j, \qquad \hat{\sigma} = \sigma^{ij}\bar{E}_i\bar{E}_j. \tag{12}$$

Якщо всі вхідні в (12) величини віднести до актуальної конфігурації,то отримаємо:

$$\hat{\sigma} = \hat{\hat{\sigma}} + \Delta\hat{\sigma}, \qquad \hat{\hat{\sigma}} = \tilde{\sigma}^{ij}\bar{E}_i\bar{E}_j. \tag{13}$$

Виходячи з (12), $\Delta\hat{\sigma}$ представляє собою добуток матеріальної похідної $\dot{\hat{\sigma}}$ на приріст часу Δt :

$$\dot{\hat{\sigma}}\Delta t = \hat{\sigma} + \hat{\hat{\sigma}}. \quad (14)$$

Приріст напружень із (13) може бути записаний, як добуток об'єктивної похідної Δt :

$$\hat{\sigma}^{ol}\Delta t = \hat{\sigma} + \hat{\hat{\sigma}}. \quad (15)$$

Використовуючи вирази (14) і (15), а також здійснюючи граничний перехід при $\Delta t \to 0$, приходимо до виду об'єктивної похідної, відповідно похідній Олдроїда.

Таким чином, показана індиферентність тензора приросту деформацій (12) і приросту напружень (15), причому в обох випадках використана одна і таж об'єктивна похідна. Це дає можливість приймати міри для формулювання законів стану матеріалу. Представлення тензора приросту деформацій, як добуток похідної Олдроїда на приріст часу (9) дозволяє використовувати адитивний розклад, аналогічно прийнятому для швидкостей деформацій (4) і для їх приростів.

3. Покомпонентне подання процесу формозмінення. При покомпонентному представленні наведені вище формули набувають наступного вигляду. Використовуючи проміжну перемінну відрахункову конфігурацію представимо деформацію в вигляді суми компонент, обумовлених переходом від початкової відрахункової до проміжної перемінної відрахункової і від проміжної перемінної відрахункової до актуальної конфігурації:

$$\varepsilon_o^{ij} = \varepsilon^{ij} + \Delta\varepsilon^{ij}, \quad (16)$$

де

$$\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(g_o^{ij} - g^{ij}),$$

$$\Delta\varepsilon^{ij} = \frac{1}{2}(g^{ij} - G^{ij}) = -\frac{1}{2}\Delta G^{ij}. \quad (17)$$

Коваріантні компоненти ΔG^{ij} визначаються з умови:

$$G^{ik}G_{kj} = \delta_j^i. \quad (18)$$

Представимо компоненти метричного тензора в актуальній конфігурації :

$$(g^{ik} + \Delta G^{ik})\,(g_{kj} + \Delta G_{kj}) - \delta_j^i = 0. \quad (19)$$

Нехтуючи приростом малих величин $\Delta G^{ik}\Delta G_{kj}$, одержуємо :

$$\Delta G^{ik}g_{kj} + \Delta G_{kj}g^{ik} = 0, \quad (20)$$

звідси

$$\Delta G^{ik} = -\Delta G_{kj} g^{ik} g^{il}. \tag{21}$$

Коваріантні компоненти приросту деформацій в актуальній конфігурації відносно проміжної перемінної відрахункової дорівнюють:

$$\Delta\varepsilon_{kl} = \Delta\varepsilon^{ij} G_{ik} G_{jl} \approx \Delta\varepsilon^{ij} g_{ik} g_{jl} = -\frac{1}{2}\Delta G^{ij} g_{ik} g_{jl} = \frac{1}{2}\Delta G_{kl}. \tag{22}$$

Будемо вважати, що в кожній точці тіла для актуальної і проміжної перемінної відрахункової конфігурації відомі компоненти тензору перетворення $z^{\alpha'}_{,\beta}$, і $Z^{\alpha'}_{,\beta}$ відповідно, що обумовлюють зв‘язок між місцевою та базисною системою координат:

$$z^{\alpha'}_{,\beta} = \frac{\partial z^{\alpha'}}{\partial x^{\beta}}, \quad Z^{\alpha'}_{,\beta} = \frac{\partial Z^{\alpha'}}{\partial X^{\beta}}. \tag{23}$$

Подамо компоненти метричного тензору g_{mn} для вісесиметричних тіл в місцевій проміжній перемінній відрахунковій системі координат через коефіцієнти перетворення і компоненти метричного тензору базисної кругової ортогональної циліндричної системи координат:

$$g_{ij} = z_i^{m'} z_j^{n'} g_{m'n'}, \quad g_{\alpha'\beta'} = 1, \quad g_{\alpha'3'} = 0, \quad g_{3'3'} = (z^{2'})^2,$$

$$g_{\alpha\beta} = z_\alpha^{\nu'} z_\beta^{\nu'}, \quad g_{33} = (z^{2'})^2. \tag{24}$$

Аналогічно, в актуальній конфігурації:

$$G_{\alpha\beta} = Z_\alpha^{\nu'} Z_\beta^{\nu'}, \; G_{33} = (Z^{2'})^2. \tag{25}$$

Відповідно для плоско-деформованих тіл $g_{3'3'} = 1$, тоді в проміжній перемінній відрахунковій системі координат $g_{\alpha\beta} = z_\alpha^{\nu'} z_\beta^{\nu'}$, а $g_{33} = 1$.

В актуальній конфігурації:

$$G_{\alpha\beta} = Z_\alpha^{\nu'} Z_\beta^{\nu'}, \qquad G_{33} = 1. \tag{26}$$

Нове положення точки А в системі $z^{i'}$ визначається координатами:

$$Z^{\alpha'} = z^{\alpha'} + u^{\alpha'}. \tag{27}$$

Диференціюючи по x^i, визначимо компоненти тензора перетворення в актуальній системі координат:

$$Z^{\alpha'}_{,\beta} = z^{\alpha'}_{,\beta} + u^{\alpha'}_{,\beta}. \tag{28}$$

Представимо коваріантні компоненти метричного тензора $G_{\alpha\beta}$ в актуальній конфігурації через компоненти тензора перетворень:

$$G_{\alpha\beta} = \left(z^{\nu'}_{,\alpha} + u^{\nu'}_{,\alpha}\right)\left(z^{\nu'}_{,\beta} + u^{\nu'}_{,\beta}\right) = z^{\nu'}_{,\alpha} z^{\nu'}_{,\beta} + z^{\nu'}_{,\alpha} u^{\nu'}_{,\beta} + z^{\nu'}_{,\beta} u^{\nu'}_{,\alpha} + u^{\nu'}_{,\alpha} u^{\nu'}_{,\beta}$$

$$G_{33} = (z^{2'} + u^{2'})^2. \tag{29}$$

Перепишемо (29) в вигляді :

$$G_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + \Delta G_{\alpha\beta}, \; G_{33} = g_{33} + \Delta G_{33}, \tag{30}$$

де

$$\Delta G_{\alpha\beta} = z^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha} + u^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta}, \qquad \Delta G_{33} = \left(2z^{\;2'} u^{2'} + (u^{2'})^2\right). \tag{31}$$

Підставляючи (31) в (32), запишемо геометричні рівняння деформованого тіла для коваріантних компонент приросту деформації в актуальній конфігурації відносно проміжної перемінної відрахункової:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha} + u^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta}\right),$$

$$\Delta\varepsilon_{33} = \frac{1}{2}\left(2z^{\;2'} u^{2'} + (u^{2'})^2\right). \tag{32}$$

Згідно прийнятим припущенням, співвідношення (32) справедливе при малих $\Delta\varepsilon_{kl}$ і великих переміщеннях.

Лінійний тензор деформацій обчислюємо за формулою:

$$\Delta\varepsilon^{\wedge}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha}\right),$$

$$\Delta\varepsilon^{\wedge}_{33} = \mathrm{z}^{2'} u^{2'}. \tag{33}$$

Коваріантні компоненти тензора приросту нелінійних деформацій в актуальній конфігурації (32) можна співвідношеннями аналогічними за формулою з (33):

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\bar{z}^{\;v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\beta} + \bar{z}^{\;v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha}\right), \quad \varepsilon_{33} = \bar{z}^{\;2'} u^{2'}. \tag{34}$$

де коефіцієнти перетворень подамо у вигляді:

$$\bar{z}^{\;v'} = z^{v'} + \frac{1}{2} u^{v'}, \qquad \bar{z}^{\;v'}_{,\beta} = z^{v'}_{,\beta} + \frac{1}{2} u^{v'}_{,\beta}, \tag{35}$$

Можна показати, що вираз (36) тотожно дорівнює (32):

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\left(z^{v'}_{,\alpha} + \frac{1}{2} u^{v'}_{,\alpha}\right) u^{v'}_{,\beta} + \left(z^{v'}_{,\beta} + \frac{1}{2} u^{v'}_{,\beta}\right) u^{v'}_{,\alpha}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + \frac{1}{2} u^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha} + \frac{1}{2} u^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha}\right) = \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} u^{v'}_{,\alpha} + u^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta}\right),$$

$$\varepsilon_{33} = \left(z^{2'} + \frac{1}{2} u^{2'}\right) u^{2'}. \tag{36}$$

Аналогічно можна представити варіації деформацій. Обчислимо варіацію приросту нелінійних деформацій (32):

$$\delta\left(\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}\right) = \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha} \delta u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta} \delta u^{v'}_{,\alpha} + 2\delta u^{v'}_{,\alpha} u^{v'}_{,\beta}\right). \tag{37}$$

$$\delta\left(\Delta\varepsilon_{33}\right) = \frac{1}{2}\left(2z^{2'} \delta u^{2'} + 2u^{2'} \delta u^{2'}\right).$$

Представимо варіацію нелінійних деформацій аналогічно (32) :

$$\delta\left(\varepsilon_{\alpha\beta}\right) = \frac{1}{2}\left(Z^{v'}_{,\alpha} \delta u^{v'}_{,\beta} + Z^{v'}_{,\alpha} \delta u^{v'}_{,\alpha}\right), \tag{38}$$

де

$$Z^{v'} = z^{v'} + u^{v'}, \quad Z^{v'}_{,\beta} = z^{v'}_{,\beta} + u^{v'}_{,\beta}, \tag{39}$$

При їх підстановці в (37) отримаємо:

$$\delta\left(\varepsilon_{\alpha\beta}\right) = \frac{1}{2}\left(\left(z^{v'}_{,\alpha} + u^{v'}_{,\alpha}\right)\delta u^{v'}_{,\beta} + \left(z^{v'}_{,\beta} + u^{v'}_{,\beta}\right)\delta u^{v'}_{,\alpha}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha}\delta u^{v'}_{,\beta} + u^{v'}_{,\alpha}\delta u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta}\delta u^{v'}_{,\alpha} + u^{v'}_{,\beta}\delta u^{v'}_{,\alpha}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left(z^{v'}_{,\alpha}\delta u^{v'}_{,\beta} + z^{v'}_{,\beta}\delta u^{v'}_{,\alpha} + 2u^{v'}_{,\beta}\delta u^{v'}_{,\alpha}\right). \tag{40}$$

Варіаційне рівняння рівноваги в актуальній конфігурації має вигляд

$$\delta W - \delta A = 0, \tag{41}$$

де δA - варіація роботи зовнішніх сил, δW - варіація роботи внутрішніх сих

$$\delta W = \frac{1}{2}\iint\limits_{x_1 x_2} \sigma^{ij}\delta G_{ij}\sqrt{G}dx^1 dx^2. \tag{42}$$

Представляючи G_{ij} згідно (6) і враховуючи, що при варіюванні в актуальній конфігурації $\overline{g_{ij}}$ залишається незмінним, отримаємо:

$$\delta W = \frac{1}{2}\iint\limits_{x_1 x_2} \sigma^{ij}\delta(\Delta G_{ij})\sqrt{G}dx^1 dx^2. \tag{43}$$

У відповідності з (22) запишемо вираз варіації енергії в актуальній конфігурації через деформації:

$$\delta W = \iint\limits_{x_1 x_2} \sigma^{ij}\delta(\Delta\varepsilon_{ij})\sqrt{G}dx^1 dx^2. \tag{44}$$

З даного виразу в подальшому можна отримати вектор вузлових реакцій, що визначається по значенням повних напружень в актуальній конфігурації і коефіцієнти матриці жорсткості СЕ в проміжній перемінній відрахунковій конфігурації.

Висновок. Наведені вирази моделювання формозмінення з умовами індиферентності тензорів деформацій, напружень та їх прирощень при умові енергетичної сполученості для тонкостінних масивних та комбінованих вісесиметричних тіл, дозволять в подальшому більш точно вибрати визначальні рівняння стану матеріалу при фізичній і геометричній нелінійності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Левитас В.И.* Большие упруго-пластические деформации материалов при высоком давлении / В.И. Левитас. – Киев: Наук. думка, 1987. – 232 с.
2. *Лурье А.И.* Нелинейная теория упругости / А.И. Лурье. – М. : Наука, 1980. – 512с.
3. *Поздеев А.А.* Большие упруго-пластические деформации / А.А. Поздеев, П.В. Трусов, Ю.И. Няшин – М. : Наука, 1986. – 232 с.

REFERENCES

1. *Levitas V.I.* Bolshie uprugo-plasticheskie deformatsii materialov pri vyisokom davlenii (The large elastic-plastic deformation of materials under high pressure) / V.I. Levitas. - Kiev: Science. Dumka, 1987. – 232 p.
2. *Lurie A.I.* Nelineynaya teoriya uprugosti (Nonlinear Elasticity Theory) / A.I. Lurie. - Moscow: Nauka, 1980. – 512 p.
3. *Pozdeev A.A.* Bolshie uprugo-plasticheskie deformatsii (Large elastic-plastic deformation) / A.A. Pozdeev, P.V. Trusov, Y.I. Nyashin - Moscow: Nauka, 1986. - 232 p.

Maksymiuk Yu.

INDIFFERENCE OF STRAIN AND STRESS TENSORS AND THEIR INCREMENTS UNDER CONDITION OF ENERGY COMPABILITY

The problem of complex modeling of changes of material properties depending on physical and geometric nonlinearity for numerical simulation of the form-modification of thin-walled massive and combined axially symmetric bodies is considered. On the basis of classical papers, the basic concepts, the indifference of strain and stress tensors, and their increments under condition of energy compability are outlined in the description of the form-modification process.

A large number of works are devoted to the problem of numerical simulation of the form-modification process of thin-walled massive and combined axially symmetric structures on the basis of FEM, but there are separately for each of the described classes of objects. It is narrows the scope of application of this development greatly.

In this paper an attempt is made to construct universal mathematical models for description of the evolution of the stress-strained state of thin-walled massive and combined axially symmetric bodies, regardless of the type of the process of form-modification process. The indifference of the strain increment and the of stress increment tensor are shown, in which in both cases the same objective derivative is used. This makes it possible to use the taken measures to form the laws of the state of the material. The strain increment tensor are given as a product of the Aldroidi derivative on value of time increase, that allows for an additive decay similar to that adopted for the strain velocity and for their increments.

Keywords: physical and geometrical nonlinearity, thin-walled body, massive and combined axially symmetric body, indifference, energy compability condition, the initial countdown configuration, intermediate variable deductible and actual configurations.

Максимюк Ю.В.

ИНДИФФЕРЕНТНОСТЬ ТЕНЗОРОВ ДЕФОРМАЦИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ИХ ПРИРАЩЕНИЙ ПРИ УСЛОВИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СОПРЯЖЕННОСТИ

Рассмотрена проблема комплексного моделирования изменения свойств материала в зависимости от физической и геометрической нелинейности для численного моделирования формоизменения тонкостенных массивных и комбинированных осесимметричных тел. На основе классических работ изложены основные понятия, индифферентность тензоров деформаций, напряжений и их приращений при условии энергетической сопряженности при описании процесса формоизменения.

Ключевые слова: физическая и геометрическая нелинейность, тонкостенные массивные и комбинированные осесимметричные тела, индифферентность, условие энергетической сопряженности, начальная отсчетная, промежуточная переменная отсчетная и актуальная конфигурация.

УДК 539.3
Максим'юк Ю.В. **Індиферентність тензорів деформацій, напружень та їх прирощень за умови енергетичної сполученості** // Опір матералів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 99. – С. 151 - 159.

В роботі розглянута проблема комплексного моделювання зміни властивостей матеріалу в залежності від фізичної і геометричної нелінійності для чисельного моделювання формозмінення тонкостінних масивних та комбінованих вісесиметричних тіл.

Табл. 0. Іл. 1. Бібліогр. 3 назв.

UDC 539.3
Maksimyuk Yu. **Indifference of strain and stress tensors and their increments under condition of energy compability** // Opir materialiv i teoria sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2017. – Issue 99. – P. 151 – 159. – Ukr.

In the paper the problem of modeling of complex material properties change depending on the physical and geometric nonlinearity for numerical simulation of forming thin massive and combined axisymmetrical bodies.

Table 0. Fig. 1. Ref. 3.

УДК 539.3
Максимюк Ю.В. **Индифферентность тензоров деформаций, напряжений и их приращений при условии энергетической сопряженности** // Опір матералів і теорія споруд. – 2017. – Вип. 99. – С. 151 - 159.

В работе рассмотрена проблема комплексного моделирования изменения свойств материала в зависимости от физической и геометрической нелинейности для численного моделирования формоизменения тонкостенных массивных и комбинированных осесимметричных тел.

Табл. 0. Ил. 1. Библиогр. 3 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри будівельної механіки КНУБА МАКСИМ'ЮК Юрій Всеволодович.*
Адреса робоча: *03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, КНУБА, кафедра будівельної механіки, Максим'юк Юрій Всеволодович.*
Адреса домашня: *Україна, м. Київ, вул. Кривоноса Максима, 6, кв. 322/3.*
Робочий тел.: *+38(044) 241-55-38;*
Мобільний тел.: *+38(067) 230-94-72;*
E-mail: *maximyuk@ukr.net*