

УДК 697.92

## Аналітичний опис розширення плоских напівобмежених струмин

В. О. Мілейковський<sup>1</sup>, Т. М. Ткаченко<sup>2</sup>, В. Г. Дзюбенко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>к.т.н., доц. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, v\_mil@ukr.net  
ORCID: 0000-0001-8543-1800

<sup>2</sup>д.т.н., доц. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, tkachenkoknuba@gmail.com  
ORCID: 0000-0003-0428-4509

<sup>3</sup>к.т.н., доц. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, ilay19@ukr.net  
ORCID: 0000-0003-2105-5951

*Анотація. Ефективність формування мікроклімату будівель і споруд залежить від рішень організації повітрообміну. Одним з вирішальних факторів, які впливають на ефективність повітрообміну, є розвиток вентиляційних струминних течій. При цьому широко застосовується настилення струминних течій на поверхні огорожувальних конструкцій (напівобмежені струмини). У роботі отримано закономірності розвитку плоских напівобмежених струмин на підставі геометричного та кінематичного аналізу великомасштабної вихрової структури. Для цього побудовано схему турбулентної макроструктури у вигляді пелени дотичних великомасштабних вихорів (клубів) у межах струминного примежового шару. Прийнято припущення, що в зовнішній частині міжклубного шару реалізується лише підтікання навколишнього середовища до струмини перпендикулярно до напрямку її руху. В такому разі при русі клубу струмина має спожити весь об'єм, який клуб займає на своєму шляху. Реалізація такої моделі найбільш ефективна у САПР, яка дозволяє автоматично з високою точністю визначати площі складних фігур. Щоб отримати чотири точних знаки тангенса кута розширення струмини достатньо шести ітерацій. Отримані результати збігаються з відомими дослідними даними Г. Н. Абрамовича, що дозволяє стверджувати адекватність отриманих результатів. Також проведено аналогічні розрахунки за уточненою гіпотезою І. А. Шепелева, яка дозволяє вилучити пристінний примежовий шар з розгляду. Уточнення гіпотези полягає в тому, що струминний примежовий шар слід умовно розтягнути до поверхні настилення. Різниця результатів знаходиться в межах 1 %, що дозволяє рекомендувати таку гіпотезу для практичного вжитку.*

*Ключові слова: напівобмежена струмина, струминний примежовий шар, великомасштабний вихор, турбулентний потік, організація повітрообміну.*

**Вступ.** Організація повітрообміну є одним з пріоритетних напрямків підвищення енергоефективності вентиляції та кондиціонування повітря. Процеси, що при цьому відбуваються, є складними. Постановка експериментів вимагає значних витрат ресурсів і часу. Тому значну увагу приділяють аналітичним методам розрахунку та передбачення цих процесів.

**Актуальність дослідження.** Енергоефективність є одним з пріоритетних напрямків розвитку систем вентиляції та кондиціонування повітря. Одним з головних чинників, що впливають на ефективність повітрообміну в приміщеннях, є розвиток припливних струминних течій. Тому задача аналітичного опису струминних течій є актуальною.

**Останні дослідження та публікації.** На сьогодні всі теорії розвитку струминних течій є напівемпіричними і мають експериментальні коефіцієнти, наприклад, кут розширення струмини [1]. Серед методів обчислювальної гідромеханіки для турбулентних течій лише пряме розв'язання рівнянь Навіє-Стокса (що втратили стійкість) вимагає лише експериментальних значень фізичних властивостей

повітря і дає точні результати [2, 3]. Однак, через надмірну обчислювальну складність для турбулентних течій цей метод вимагає неадекватних обчислювальних потужностей та витрат часу. Емпіричне підтвердження отриманих результатів дозволяє стверджувати достатність рівнянь Навіє-Стокса для турбулентних течій.

Інші методи обчислювальної гідродинаміки штучно повертають стійкість цим рівнянням шляхом уведення тензора так званих турбулентних напружень з використанням так званої турбулентної в'язкості. При цьому з'являється потреба в додаткових (транспортних) рівняннях, що пов'язують нововведені величини і містять емпіричні константи [4, 5, 6, 7, 8]. Обидві ці дії є надлишковими, однак дозволяють отримати наближені розв'язки з адекватними витратами часу та обчислювальної потужності. Проблемою такого підходу є не універсальність емпіричних коефіцієнтів, що призводить до значних похибок при розв'язанні окремих задач.

На відміну від цих підходів, професор кафедри теплогазопостачання і вентиляції А. Я. Ткачук запропонував уживати метод

особливостей. Рідина розглядається як ідеальна, а особливостями є вихрові утворення [1]. При цьому зникає потреба в емпіричних коефіцієнтах. Результати для прилежових шарів з турбулентною мікроструктурою відповідають відомим дослідним даним.

Особливістю струминних течій є упорядкована макроструктура з великомасштабних вихорів – клубів. Це дозволяє виконувати геометричний та кінематичний аналіз такої структури.

**Формулювання цілей статті.** Метою даного дослідження є аналітичний опис розширення напівобмеженої струмини на підставі геометричного та кінематичного аналізу її турбулентної макроструктури

**Основна частина.** Для визначення кута розширення та темпу затухання плоскої напівобмеженої струмини розглянемо біля плоскої поверхні  $w$  плоске джерело Толміна (рис. 1), тобто струмину що витікає з нескінченно тонкої щілини  $O$ . Вісь  $x$  спрямуємо від щілини  $O$  вздовж поверхні настилання в напрямку руху струмини. Абсцису центрів  $O_i$  позначимо  $x_i$ , м.

Струминний прилежовий шар подається як пелена дотичних циліндричних клубів ..., 1, 2, ... з центрами в точках ...,  $O_1, O_2, \dots$ , що котяться вільною межею. Між ними формуються міжклубні шари. Проведемо діаметри клубів  $B_i S_i$  перпендикулярно до поверхні настилання. Перетин цих діаметрів з поверхнею настилання позначимо  $W_i$ . Лінія  $b$ , що відповідає межі струмини, проходить крізь точки  $B_i$ . Лінія  $o$  сполучає центри  $O_i$ . Лінія  $s$  проходить крізь точки  $S_i$ . Точки дотику клубів 1 і 2 позначимо  $T_{12}$ . Вони лежать на лінії  $o$ .

Проекцію точки  $T_{12}$  на відрізок  $B_1 S_1$  позначимо  $J_{12}$ , а на відрізок  $A_3 B_3 - J_{21}$ . Вісь  $O_1$  клуба 1 рухається з поступальною швидкістю  $w$ , м/с, у напрямку осі  $x$  та віддаляється від неї за рахунок зростання. Кути нахилу ліній  $b, o$  та  $s$  до поверхні настилання  $w$  позначимо, відповідно,  $\beta_b, \beta_o$  та  $\beta_s$ . Тангенси цих кутів становлять, відповідно,  $\Theta_b, \Theta_o$  та  $\Theta_s$ .

Розглянемо рух клуба За час  $dt$ , с, послідовно як зміщення вздовж осі  $x$  зі швидкістю  $w$ , м/с, на нескінченно малу величину

$$dx = w dt, \text{ м} \quad (2)$$

та відповідне нескінченно мале зростання. Клуб 1 займе положення 1'. Всі його точки змістяться у точки, позначені штрихом. Позначимо  $C_i$  точку перетину клуба  $i$  з межею струмини, відмінну від  $B_i$ .

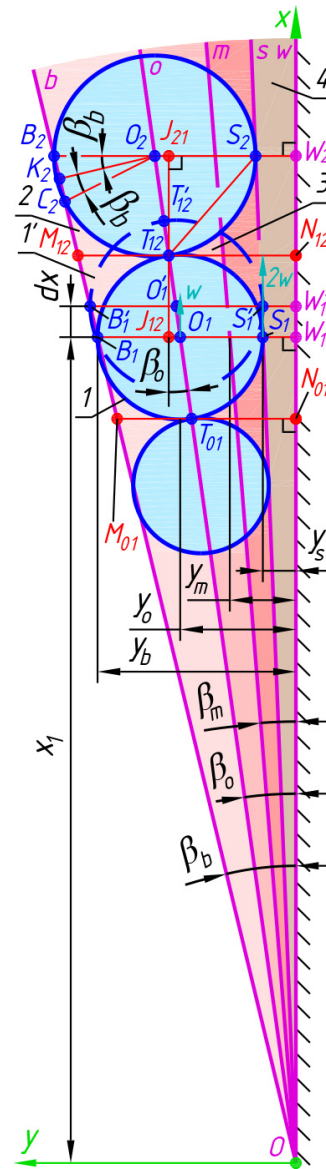


Рис. 1. Схема плоского напівобмеженого джерела Толміна:

- 1 – клуб;
- 2 – зовнішня частина міжклубного шару;
- 3 – внутрішня частина міжклубного шару;
- 4 – пристінний прилежовий шар

У криволінійному трикутнику  $B_1 T_{12} C_2$  відбувається лише підтікання до струмини в напрямку, перпендикулярному до осі  $x$  [9]. А це можливе лише якщо як мінімум вся рідина або газ криволінійної фігури  $B_1 B' T_{12} T_{12}$  буде спожита струминою. Якщо спожито менше, то клуб 1 буде або створювати рух у напрямку осі  $x$  або виштовхувати рідину або газ зі струмини, що суперечить фізичному змісту задачі. Площа цієї фігури,  $\text{м}^2$ , може бути подана як добуток довжини відрізка  $|B_1 J_{12}|$ , м, та її зсуву  $dx$ , м:

$$dA_c = |B_1 J_{12}| dx = R_1 (1 - \sin(\beta_o)) dx =$$

$$= R_1 \left( 1 - \frac{\Theta_o}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} \right) w d\tau. \quad (3)$$

Спожита площа йде лише на зростання сумарної площі  $A_\Sigma$ ,  $m^2$ , клуба 1, криволінійного трикутника зовнішньої частини міжклубного шару  $B_1T_1C_3$  і криволінійної фігури  $W_1S_1T_1S_2W_2$ . Остання містить внутрішню частину міжклубного шару та пристінний примезжовий шар.

Для отримання зручних залежностей слід увести опорну фігуру площею  $A_{ref}$ ,  $m^2$ .

Сумарна площа  $A_\Sigma$ ,  $m^2$ , яка споживає площу  $dA_c$ ,  $m^2$ , пропорційна до  $A_\Sigma$ ,  $m^2$ , у даній струмині:

$$\bar{A} = A_{ref} / A_\Sigma = \text{const}. \quad (4)$$

Слід вибирати опорну фігуру так, щоб отримати якомога більш прості рівняння, а коефіцієнт  $\bar{A}$  був якомога ближчий до одиниці. Остання рекомендація пришвидшує його визначення ітераційними методами. Бажано, щоб побудовані на кожному клубі опорні фігури заповнили практично всю струмину, але це також не є принциповим. Не знижує точність заміна площі  $A_{ref}$  наближеним або умовним значенням з розмірністю площі, якщо воно ж використовується при визначенні коефіцієнта  $\bar{A}$ . Але це ускладнює розуміння фізичної суті. Тоді балансове рівняння

$$dA_c = dA_\Sigma = dA_{ref} / \bar{A}. \quad (5)$$

У даному випадку зручно прийняти опорною фігурою трапецію  $N_{01}M_{01}M_{12}N_{12}$ . Відрізки  $M_{i(i+1)}N_{i(i+1)}$  проходять крізь точки торкання  $T_{i(i+1)}$  перпендикулярно до осі  $x$ . Точки  $M_{i(i+2)}$  лежать на межі струмини  $b$ , а  $N_{i(i+2)}$  – на осі  $x$ . Якщо побудувати такі трапеції на кожному клубі, то буде заповнено весь струминний примезжовий шар з невеликим перекриванням, окрім сегментів клубів за межами ліній  $b$ , площа яких незначна.

Довжина середньої лінії трапеції  $|B_1S_1| = y_{b,1} - y_{s,1} = (\Theta_b - \Theta_s) x_1$  м. Висота

$$\begin{aligned} |N_{01}N_{12}| &= |T_{01}T_{12}| \cos(\beta_o) = \\ &= 2 R_1 \cos(\beta_o) = 2 R_1 / \sqrt{1+\Theta_o^2}, \text{ м}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тоді площа зазначеної трапеції

$$\begin{aligned} A_{ref} &= |B_1X_1| |N_{01}N_{12}| = 2 \Theta_b x_1 R_1 / \sqrt{1+\Theta_o^2} = \\ &= \frac{2 \Theta_b x_1^2 |R_1/x_1|}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} = \frac{2 \Theta_b (\Theta_b - \Theta_o) x_1^2}{\sqrt{1+\Theta_o^2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Приріст цієї площі за час  $d\tau$ , с,

$$\begin{aligned} dA_{ref} &= \frac{4 \Theta_b x_1 |R_1/x_1|}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} dx_1 = \frac{4 \Theta_b R_1 w}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} d\tau = \\ &= \frac{4 \Theta_b (\Theta_b - \Theta_o) x_1 w}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} d\tau, \text{ м}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Підставляємо формули (3) й (8) до рівняння (5)

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\Theta_o}{\sqrt{1+\Theta_o^2}} &= \frac{4 \Theta_b}{\bar{A} \sqrt{1+\Theta_o^2}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sqrt{1+\Theta_b^2} \left( \frac{\Theta_o}{\Theta_b} \right)^2 - \Theta_b \frac{\Theta_o}{\Theta_b} &= \frac{4 \Theta_b}{\bar{A}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Оскільки  $y_s/y_b = 0,0461$  за даними [9], то маємо  $\Theta_o/\Theta_b = (1 + 0,0461) / 2 = 0,52305 \approx 0,523$ . Тоді рівняння може бути розв'язано відносно тангенса кута розширення  $\Theta_b$  та відношення площ  $\bar{A}$ :

$$\Theta_b = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4}{\bar{A}} + \frac{\Theta_o}{\Theta_b}\right)^2 - \left(\frac{\Theta_o}{\Theta_b}\right)^2}} \approx \frac{1,912}{\sqrt{\left(\frac{7,648}{\bar{A}} + 1\right)^2 - 1}}. \quad (10)$$

Розширення струминного примезжового шару відповідає значенню

$$(y_s - y_b) / x = \Theta_s - \Theta_b = 0,9539 \Theta_b. \quad (11)$$

Розрахунки зручно виконувати в САПР. При цьому параметричне моделювання не є обов'язковим. З  $\Delta OW_2O_2$  знаходимо кут  $\angle OO_2W_2 = (\pi/2) - \beta_o = (\pi/2) - \text{arctg}(\Theta_o)$ . З рівнобедреного трикутника  $\Delta T_{12}O_2S_2$  та прямокутного трикутника  $\Delta T_{12}J_{21}S_2$ .

$$\begin{aligned} \angle O_2S_2T_{12} &= (\pi - \angle OO_2W_2) / 2 = \\ &= (\pi/4) + (\text{arctg}(\Theta_o) / 2) = \\ &= (\pi/4) + (\text{arctg}(0,523 \Theta_b) / 2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \angle J_{21}T_{12}S_2 &= (\pi/2) - \angle O_2S_2T_{12} = \\ &= (\pi/4) - (\text{arctg}(\Theta_o) / 2) \approx \end{aligned}$$

$$\approx (\pi/4) - (\arctg(0,523 \Theta_b) / 2). \quad (12)$$

Крім цього, для уникнення перетинання або відстані між колами значення тангенса  $\Theta_o$  має точно відповідати заокругленим значенням інших тангенсів, тобто  $\Theta_o / \Theta_b = 0,52305$ . У програму побудови слід вводити всі розраховані на комп'ютері знаки результатів (за допомогою копіювання і вставки). За цих умов кола мають торкатися, однак на практиці може залишатися відстань або виникати занурення кіл на кілька одиниць останнього розряду умовних одиниць побудови.

Послідовність побудови:

1. Обираємо довільну точку  $O$  і з неї проводимо горизонтальну лінію та лінії  $b, o$  й  $s$  під кутом, відповідно,  $\beta_b, \beta_o$  та  $\beta_s$ ;
2. Проводимо вертикальний відрізок  $B_1S_1$  на довільній відстані від точки  $O$ ;
3. З середини відрізка  $B_1S_1$  будуємо коло (клуб 1) з діаметром  $B_1S_1$ ;
4. З точки перетину  $T_{12}$  кола та лінії  $O$  проводимо відрізок  $T_{12}S_2$  під кутом за залежністю (12). Точка  $S_2$  є точкою перетину з лінією  $S$ ;
5. Вертикально будуємо відрізок  $B_2S_2$  між лініями  $b$  та  $s$ ;
6. З середини відрізка  $B_2S_2$  будуємо коло

(клуб 2) з діаметром  $B_2S_2$ ;

7. Визначаємо потрібні площі,  $m^2$ .

Приймаємо перше наближення  $A = 1$  (табл. 1, рис. 2, синій колір). Для більшості розрахунків друга ітерація дає достатню точність – до 0,5 %. Послідовні наближення збігаються (з наступною ітерацією) до трьох значущих цифр відношення площ  $\bar{A}$  на четвертій ітерації (табл. 1) та до чотирьох – на п'ятій ітерації (табл. 1, рис. 2, червоний колір).

У роботі [10] на рис 11.9 (рис. 3) наведені дані для відносної ширини струминного примежового шару  $\bar{b} = (y_b - y_s) / y_{in}$  залежно від  $\bar{x} = (x - x_0) / y_{in}$ , де  $y_{in}$  – ширина щілини, м, а  $x_0$  – абсциса, м, щілини, відрахована від полюса струмини. Оскільки абсциса може бути знайдена лише після розгляду початкової ділянки, обмежуємося лише кутом нахилу.

Як бачимо, значення  $\Theta_b - \Theta_s = 0,203$  збігається з дослідними даними (зелений колір на рис. 3). А якщо привести ці дані до  $\Theta_s / \Theta_b = 0,1$ , за яким побудовано графік, тобто прийняти  $\Theta_b - \Theta_s = 0,9 \Theta_b = 0,1916$ , то збіг (червона лінія) буде практично ідеальним. Отже, наведений підхід дозволяє без експериментальних даних отримати достовірне значення розширення струмини.

Таблиця 1.

Результати комп'ютерного геометричного моделювання

Ітерація	Наближення $\bar{A}$	$\Theta_b$	$\Theta_o$	$\Theta_s \times 10^{-3}$	$\Theta_b - \Theta_s$	кут $\beta_b$		$\angle J_{21}T_{12}S_2$		$A_{ref}, m^2$	$A_{\Sigma}, m^2$	Наступне $\bar{A}$
						°	рад	°	рад			
1	1,0000	0,2226	0,1164	10,26	0,2123	12,55	0,2190	41,68	0,7274	23002	24231	0,9493
2	0,9493	0,2124	0,1111	9,792	0,2026	11,99	0,2093	41,83	0,7301	21013	22029	0,9539
3	0,9539	0,2133	0,1116	9,835	0,2035	12,04	0,2102	41,82	0,7298	21143	22225	0,9513
4	0,9513	0,2128	0,1113	9,811	0,2030	12,01	0,2097	41,82	0,7300	21041	22115	0,9514
<b>5;6</b>	<b>0,9514</b>	<b>0,2128</b>	<b>0,1113</b>	<b>9,812</b>	<b>0,2030</b>	<b>12,02</b>	<b>0,2097</b>	<b>41,82</b>	<b>0,7300</b>	<b>21046</b>	<b>22120</b>	<b>0,9514</b>

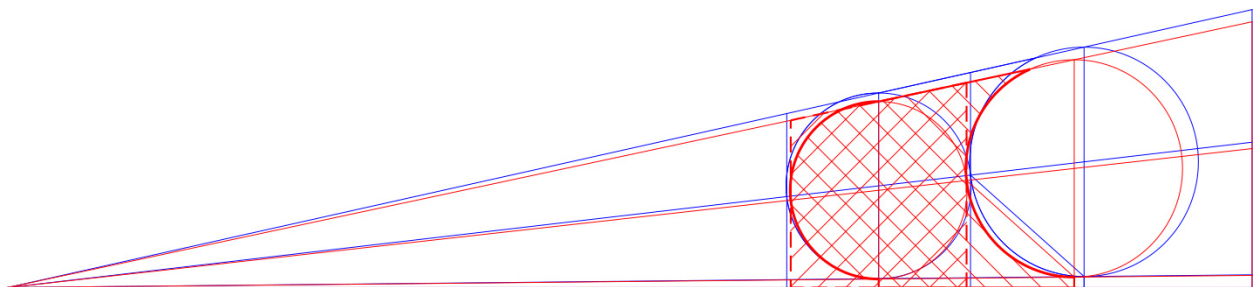


Рис. 2. Виконання ітерацій у САПР DraftSight:  
синій колір – перша ітерація; червоний колір – останні (п'ята та шоста) ітерації;  
штрихування з правого верхнього до лівого нижнього кута – площа  $A_{ref}, m^2$ ;  
штрихування з лівого верхнього до правого нижнього кута – площа  $A_{\Sigma}, m^2$

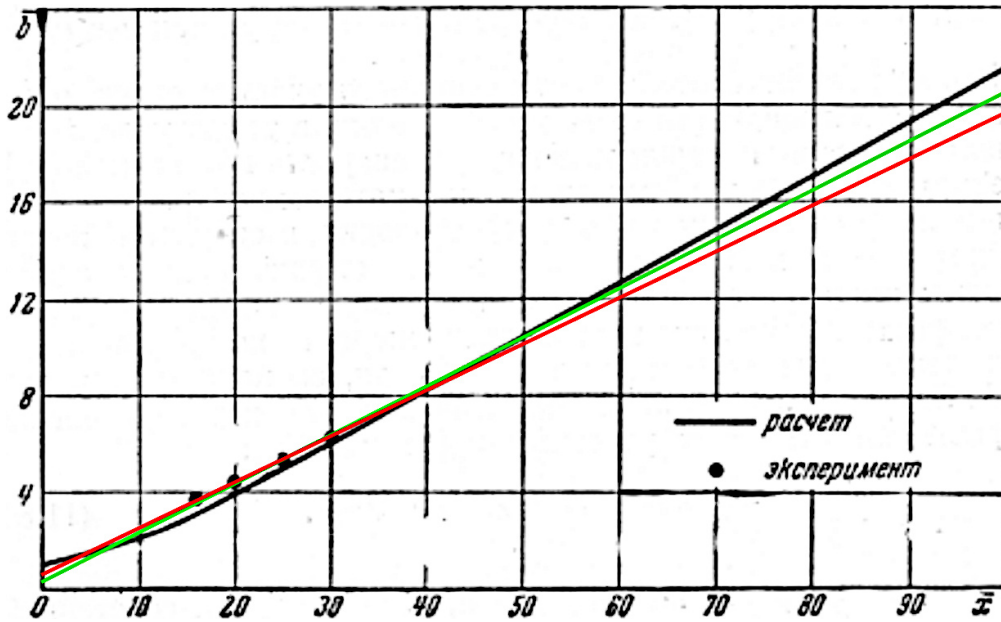


Рис. 3. Скан-копія рис. 11.9 роботи [10] з нанесеними результатами аналітичного опису: чорна лінія – за теорією Г. Н. Абрамовича  $\bar{b}=0,22\bar{x}$ ; чорні круги – дослідні дані Г. Н. Абрамовича; зелена лінія – результати розрахунків струминного примежового шару; червона лінія – те ж приведенне до  $\Theta_s / \Theta_b = 0,1$ :  $\bar{b} = (y_b - y_s) / y_{in}$  – безрозмірна товщина струминного примежового шару;  $\bar{x} = (x - x_0) / y_{in}$  – безрозмірна абсциса;  $y_{in}$  – ширина щілини, м;  $x_0$  – абсциса, м, щілини, відрахована від полюса струмини

Уточнена гіпотеза І. А. Шепелева дозволяє умовно розтягнути клуби до поверхні настилення. При цьому наведені залежності залишаться без змін окрім співвідношень характерних розмірів: радіус клубів  $R_i$ , м, приблизно дорівнює половині ширини  $y_b$ , м, струмини:

$$R_i = y_o = y_b / 2, \text{ м.} \quad (13)$$

Тангенс кута розширення струмини

$$\Theta_b = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4}{\bar{A}} + \frac{\Theta_o}{\Theta_b}\right)^2 - \left(\frac{\Theta_o}{\Theta_b}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{4}{\bar{A}} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{8}{\bar{A}} + 1\right)^2 - 1}} \quad (14)$$

За формулою (14) відсутня необхідність рахувати значення  $\Theta_o$ . Більш ефективно для побудови лінії  $o$  використовувати прив'язку до середини відрізка в САПР. Залежності (12) з урахуванням співвідношень (13) набудуть вигляду:

$$\angle O_2 S_2 T_{12} = (\pi/4) + (\arctg(\Theta_o) / 2) = (\pi/4) + (\arctg(\Theta_b / 2) / 2) \quad (15)$$

або

$$\angle J_{21} T_{12} S_2 = (\pi/4) - (\arctg(\Theta_o) / 2) \approx (\pi/4) - (\arctg(\Theta_b / 2) / 2). \quad (16)$$

Результати (табл. 2, рис. 4) практично збігаються з табл. 1 та рис. 2. Розбіжність остаточного тангенса кута розширення  $\Theta_b$

$$100 \cdot (0,2150 - 0,2128) / 0,2128 = 1,03 \%$$

На рис. 4 ці результати відхиляються від нанесених у межах товщини ліній. Таким чином, використання уточненої гіпотези І. А. Шепелева суттєво не впливає на результат. Ця гіпотеза рекомендується до широкого вжитку.

**Висновки.** Геометричний та кінематичний аналіз макроструктури плоских напівобмежених струмин дозволяє без залучення дослідних даних отримати достовірні значення характерних кутів розвитку цих струмин. При цьому рекомендується використання систем автоматизованого проектування. Уточнена гіпотеза І. А. Шепелева щодо умовного розтягнення струминного примежового шару до поверхні настилення дає відхилення в межах одного відсотка і рекомендується до широкого вжитку.

**Перспективи подальших досліджень.** Завершується геометричний та кінематичний аналіз макроструктури криволінійних напівобмежених струмин, що буде опублікований у найближчих випусках.

Таблиця 2.

Результати комп'ютерного геометричного моделювання з використанням уточненої гіпотези І. А. Шепелева

Ітерація	Наближення $A$	$\Theta_b$	кут $\beta_b$		$\angle J_{21}T_{12}S_2$		$A_{ref},$ мм <sup>2</sup>	$A_{\Sigma},$ мм <sup>2</sup>	Наступне наближення $A$
			°	рад	°	рад			
1	1,0000	0,2236	12,60	0,2115	41,81	0,7297	24348	25471	0,9559
2	0,9559	0,2147	12,12	0,2118	41,94	0,7319	22458	23453	0,9575
3	0,9575	0,2150	12,14	0,2118	41,93	0,7218	22526	23527	0,9575
<b>4;5</b>	<b>0,9575</b>	<b>0,2150</b>	<b>12,14</b>	<b>0,2118</b>	<b>41,93</b>	<b>0,7318</b>	<b>22524</b>	<b>23524</b>	<b>0,9575</b>

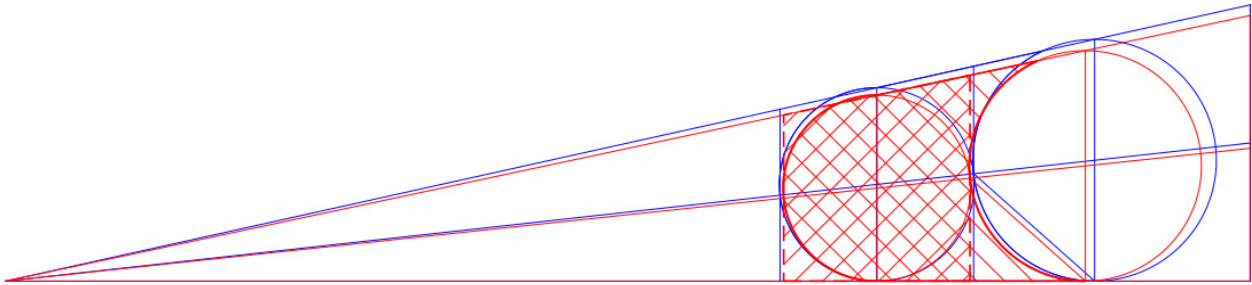


Рис. 4. Виконання ітерацій у САПР DraftSight за вживання уточненої гіпотези І. А. Шепелева:  
синій колір – перша ітерація; червоний колір – останні (четверта і п'ята) ітерації;  
штрихування з правого верхнього до лівого нижнього кута – площа  $A_{ref},$  м<sup>2</sup>;  
штрихування з лівого верхнього до правого нижнього кута – площа  $A_{\Sigma},$  м<sup>2</sup>

### Література

1. Довгалюк В. Б. Аеродинаміка вентиляції: навч. посіб. / В. Б. Довгалюк. – Київ: ІВНВКП «Укреліотех», 2015. – 366 с.
2. Gui N. Numerical Study of Particle-particle Collision in Swirling Jets: a DEM-DNS Coupling Simulation / N. Gu, J. R. Fan, S. Chen // Chemical Engineering Science. – 2014. – Vol. 65. – No 10. – pp. 3268-3278. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2010.02.026>
3. Gui N. Direct Numerical Simulation of Confined Swirling Jets / N. Gui, J. Yan, Z. Li, J. Fan // International Journal of Computational Fluid Dynamics. – 2014. – Vol. 28. – No 1-2. – pp. 76–88. <https://doi.org/10.1080/10618562.2014.898754>
4. SolidWorks 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А. А. и др. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2008. – 1040 с.
5. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А. А. и др. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.
6. Numerical Evaluation of Two-Fluid Mixing in a Swirl Micromixer / Jin S.-Y. et al. // Journal of Hydrodynamics. – 2006. – Vol. 18. – No 5. – pp. 542-546. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(06\)60132-7](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(06)60132-7)
7. Di Pierro B. Instabilities of Variable-Density Swirling Flows / Di Pierro B., Abid M. // Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. – 2010. – Vol. 82. – Iss. 4. Article ID 046312. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.82.046312>
8. Weakly Swirling Turbulent Flow in Turbid Water Hydraulic Separation Device / Li L. et al. // Journal of Hydrodynamics. – 2008. – Vol. 20. – Iss. 3. – P. 347-355. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(08\)60067-0](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(08)60067-0)
9. Мілейковський В.О. Геометричне моделювання плоских напівобмежених струмин / В.О. Мілейковський // Прикладна геометрія та інженерна графіка : наук.-техн. зб. / Київський національний університет будівництва і архітектури. – 2010. – Вип. 56. – С. 187-191.
10. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович. – Москва: ЭКОЛИТ, 2011. – 750 с.

## References

1. Dovhaliuk V. B. *Aerodynamika ventyliatsii*. IVNVKP «Ukrheliotekh», 2015.
2. Gui N., Fan J. R., Chen S. “Numerical Study of Particle-particle Collision in Swirling Jets: a DEM-DNS Coupling Simulation.” *Chemical Engineering Science*. 2014. Vol. 65. No 10. pp. 3268-3278. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2010.02.026>
3. Gui N., Yan J., Li Z., Fan J. “Direct Numerical Simulation of Confined Swirling Jets.” *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 2014. Vol. 28. No 1-2. pp. 76–88. <https://doi.org/10.1080/10618562.2014.898754>
4. Aliamovskiy A. A. i dr. *SolidWorks 2007/2008. Kompiuternoe modelirovanie v inzhenernoi praktike*. BKhV-Peterburh, 2008.
5. Aliamovskiy A. A. i dr. *SolidWorks. Kompiuternoe modelirovanie v inzhenernoi praktike*, 2005.
6. Jin S.-Y. et al. “Numerical Evaluation of Two-Fluid Mixing in a Swirl Micromixer.” *Journal of Hydrodynamics*. 2006. Vol. 18. No 5. pp. 542-546. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(06\)60132-7](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(06)60132-7)
7. Di Pierro B., Abid M. “Instabilities of Variable-Density Swirling Flows.” *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2010. Vol. 82. Iss. 4. Article ID 046312. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.82.046312>
8. Li L. et al. “Weakly Swirling Turbulent Flow in Turbid Water Hydraulic Separation Device.” *Journal of Hydrodynamics*. 2008. Vol. 20. Iss. 3. pp. 347-355. [https://doi.org/10.1016/S1001-6058\(08\)60067-0](https://doi.org/10.1016/S1001-6058(08)60067-0)
9. Mileikovskiy V. O. “Heometrychne modeliuвання плоских напівобмежених струмін.” *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika : nauk.-tekhn. zb. Kyivskiy natsionalnyi universytet budivnytstva i arkhitektury*. 2010. Vol. 56. pp. 187-191.
10. Abramovich H. N. *Teoriia turbulentnykh strui*. EKOLIT, 2011.

УДК 697.92

## Аналитическое описание расширения плоских полуограниченных струй

В. А. Милейковский<sup>1</sup>, Т. Н. Ткаченко<sup>2</sup>, В. Г. Дзюбенко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>к.т.н., доц. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, v\_mil@ukr.net  
ORCID: 0000-0001-8543-1800

<sup>2</sup>д.т.н., доц. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина,  
tkachenkoknuba@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0428-4509

<sup>3</sup>к.т.н., доц. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, Украина, ilay19@ukr.net  
ORCID: 0000-0003-2105-5951

*Аннотация. Эффективность формирования микроклимата зданий и сооружений зависит от решений организации воздухообмена. Одним из решающих факторов, влияющих на эффективность воздухообмена, является развитие вентиляционных струйных течений. При этом широко применяется настиление струйных течений на поверхности ограждающих конструкций (полуограниченные струи). В работе получены закономерности развития плоских полуограниченных струй на основании геометрического и кинематического анализа крупномасштабной вихревой структуры. Для этого построена схема турбулентной макроструктуры в виде пелены касающихся крупномасштабных вихрей (клубов) в пределах струйного пограничного слоя. Принято предположение, что во внешней части межклубного слоя реализуется только подтекания окружающей среды к струе перпендикулярно направлению её движения. В таком случае при движении клуба струя должна поглотить весь объём, который клуб занимает на своём пути. Реализация такой модели наиболее эффективна в САПР, которая позволяет автоматически с высокой точностью определять площади сложных фигур. Чтобы получить четыре точных знака тангенса угла расширения струи достаточно шести итераций. Полученные результаты совпадают с известными опытными данными Г. Н. Абрамовича, что позволяет утверждать адекватность полученных результатов. Также проведены аналогичные расчёты по уточнённой гипотезе И. А. Шепелева, которая позволяет исключить пристенный пограничный слой из рассмотрения. Уточнение гипотезы заключается в том, что струйный пограничный слой следует условно растянуть до поверхности настиления. Расхождение результатов находится в пределах 1 %, что позволяет рекомендовать такую гипотезу для практического употребления.*

*Ключевые слова: полуограниченная струя, струйный пограничный слой, крупномасштабный вихрь, турбулентный поток, организация воздухообмена.*

UDC 697.92

## An Analytical Description of the Expansion of Plane Wall Jets

V. Mileikovskiy<sup>1</sup>, T. Tkachenko<sup>2</sup>, V. Dziubenko<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD., Associate Professor. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, mileikovskiy@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8543-1800

<sup>2</sup>Dr. Hab., Associate Professor. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, tkachenkoknuba@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0428-4509

<sup>3</sup>PhD., Associate Professor. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, ilay19@ukr.net ORCID: 0000-0003-2105-5951

*Abstract. The effectiveness of forming microclimate of buildings and structures depends on the decisions of air exchange organization. One of the influencing factors of the efficiency of air exchange organization is the development of ventilation flow jets. In this case, the laying of jet streams on surfaces of the enclosing structures (wall jets) is widely used. In this work, the laws of the development of plane wall jets on the basis of geometric and kinematic analysis of large-scale vortex structure are obtained. For this purpose, a turbulent macrostructure scheme was constructed. The macrostructure is represented in the form of a sheet of tangent large-scale vortices (puffs) within the jet boundary layer. It is assumed that in the outer part between the puffs there is only the injection of the environmental liquid or gas to the jet in the direction perpendicular to the direction of its movement. In this case, when the puff moves, the jet should use the entire volume that the puff occupies on its path. Implementation of such model is most effective in computer aided design (CAD) systems, which allows automatic precise determination of the areas of complex figures. In this work, free version of DraftSight has been used. To get the four exact signs of the tangent of the angle of expansion of the jet, there are only six iterations. The obtained results coincide with the known experimental data of G. Abramovych, which confirms the adequacy of the results obtained. Similar calculations have also been made for the refined hypothesis of I. Shepelev, which allows removing the wall boundary layer from consideration. Clarification of the hypothesis is that the jet boundary layer should be stretched to the wall. The difference in results is within 1 %, which allows to recommend the hypothesis for widespread practical use.*

*Keywords: wall jet, jet boundary layer, large-scale vortex, turbulent flow, air exchange organization.*

Надійшла до редакції / Received 06.03.2019